

FREDERICO CELESTINO BARBOSA
HÉLIO YOCHIHIRO FUCHIGAMI

ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

TEORIA E APLICAÇÕES

UM LIVRO DIDÁTICO, DETALHADO E COM ESTUDOS DE CASOS



1ª EDIÇÃO
ULBRA
ITUMBIARA

FREDERICO CELESTINO BARBOSA
HÉLIO YOCHIHIRO FUCHIGAMI

ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS
Teoria e Aplicações práticas

1ª edição

Itumbiara
ULBRA
2018

Copyright © 2018 por ULBRA

1ª ed. 2018.

CAPA: Frederico Celestino Barbosa

Ficha Catalográfica

--

ISBN:

ULBRA,
Avenida Beira Rio, 1001
St. Nova Aurora, Itumbiara - GO, 75522-330
Telefone: (64) 3433-6500

LISTAS DE SIGLAS

AC	Acre
AL	Alagoas
AM	Amazonas
AP	Amapá
ASS	Média de assistências por partida
BA	Bahia
BCC	<i>Modelo de - Banker, Charnes e Cooper (1984)</i>
CBR	Confederação Brasileira de Futebol
CCR	<i>Modelo de - Charnes, Cooper e Rhodes (1978)</i>
CE	Ceará
COFEN	Conselho Federal de Enfermagem
CPP	Conjunto de Possibilidades de Produção
CRS	<i>Constant Return to Scale</i>
DEA	<i>Data Envelopment analysis</i>
DF	Defesas difíceis
DF	Distrito Federal
DMU	<i>Decision Making Units</i>
EFA	<i>English Football Association</i>
ES	Espírito Santo
FC	Finalizações certas
FIFA	Federação Internacional de Futebol
FIN	número médio de finalizações por partida
GF	Gols Sofridos
GM	Número de gols marcados
GO	Goiás
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDH	Índice de Desenvolvimento Humano
IDHM	IDH Municipal
MA	Maranhão
MG	Minas Gerais
MS	Mato Grosso do Sul
MT	Mato Grosso
MT	Margem Total
PA	Pará
PB	Paraíba
PE	Pernambuco
PI	Piauí

PR	Paraná
RB	média de roubadas de bola por partida
RJ	Rio de Janeiro
RN	Rio Grande do Norte
RO	Rondônia
RR	Roraima
RS	Rio Grande do Sul
SC	Santa Catarina
SE	Sergipe
SIAD	Sistema Integrado de Apoio à Decisão
SMB	<i>Slack based-measure</i>
SP	São Paulo
SUS	Sistema Único de Saúde
TJE	Tribunal de Justiça Estadual
TM	Taxa de Mortalidade
TMP	Taxa Média de Permanência
TO	Tocantins
UF	Unidade Federativa
VRS	<i>Variable Return to Scale</i>

LISTAS DE FIGURAS

Capítulo I ao III

Figura 1: Exemplo com input e output únicos. _____	5
Figura 2: orientação aos inputs e outputs _____	10
Figura 3: Comparação das unidades eficientes nos modelos CRS e VRS. _____	13
Figura 4: comparação das eficiências das unidades nos modelos CRS(CCR) e VRS(BCC). _____	13
Figura 5: diferença entre eficiência técnica e de escala _____	15
Figura 6: Representação geométrica do coeficiente μ _____	16
Figura 7: Regressão linear versus DEA. _____	16
Figura 8: tela inicial do SIAD _____	20
Figura 9: tela de introdução de dados no SIAD _____	20
Figura 10: dados no Excel _____	21
Figura 11: tela inicial do SIAD _____	22
Figura 12: resultados DEA - modelo CCR/INPUT _____	23
Figura 13: pesos atribuídos às variáveis _____	23
Figura 14: Benchmarks _____	24
Figura 15: Alvos e Folgas _____	25
Figura 16: eficiências do modelo BCC orientado aos outputs _____	26
Figura 17: alvos e folgas no modelo orientado aos outputs _____	26

Capítulo IV

Figura 1: Fronteira de eficiência _____	32
Figura 2: Conjunto de possibilidades de produção _____	34
Figura 3: Desempenho dos clubes que tiveram maior posse de bola _____	42

Capítulo V

Figura 1: IDHM Longevidade no Brasil - 1991, 2000, 2010. Fonte: IDHMB (2013) _____	50
Figura 2: Evolução Do IDHM Longevidade A Partir Da Média De Crescimento Brasileira Para 2000 E 2010. _____	51
Figura 3: Distribuição Do IDHM Longevidade – 1991/2010. _____	52
Figura 4: IDHM Educação no Brasil em 2000 e 2010. _____	53
Figura 5: Evolução Do IDHM Educação A Partir Da Média De Crescimento Brasileira Para 2000 E 2010. _____	53
Figura 6: Distribuição Do IDHM Educação – 1991/2010. _____	54
Figura 7: IDHM Renda do Brasil – 1991, 2000 e 2010. _____	55
Figura 8: Evolução Do IDHM Renda a Partir Da Média De Crescimento Brasileira Para 2000 E 2010. _____	56
Figura 9: Distribuição Do IDHM Renda – 1991/2010. _____	56
Figura 10: comparação par a par da distribuição da variável Investimento em Educação por Habitante. _____	63
Figura 11: comparação par a par das médias de eficiência. _____	66

LISTAS DE TABELAS

Capítulo IV

Tabela 1: Variáveis do 1º modelo	36
Tabela 2: Classificação campeonato brasileiro de 2017	37
Tabela 3: Eficiências calculadas pela DEA-CCR	38
Tabela 4: Comparação entre a classificação real e o modelo DEA-CCR	38
Tabela 5: Variáveis do 2º modelo	39
Tabela 6: Comparação entre a classificação real e o modelo DEA-CCR	40

Capítulo V

Tabela 1: IDHM por estado.	59
Tabela 2: variáveis de entrada e estatísticas descritivas.	61
Tabela 3: teste das médias das variáveis de entrada:	62
Tabela 4: teste da mediana das variáveis de entrada	63
Tabela 5: Eficiência das Unidades Federativas.	64
Tabela 6: Eficiência por região.	65
Tabela 7: teste de igualdade das médias de eficiência	66
Tabela 8: Benchmark para cada unidade ineficiente.	68

Capítulo VI

Tabela 1: valor das variáveis utilizadas no modelo	80
Tabela 2: variabilidade dos inputs e outputs.	81
Tabela 3: Eficiência das DMUs – Padrão e Composta Normalizada.	84
Tabela 4: alvos e folgas.	87
Tabela 5: pesos das variáveis do modelo DEA.	88

SUMÁRIO

CAPÍTULO I _____ **1**

INTRODUÇÃO	2
O que é Eficiência?	2
O que é Análise Envoltória de Dados?	4
História da Análise Envoltória de Dados	8

CAPÍTULO II _____ **10**

Parâmetros dos Modelos DEA	10
Orientação dos Modelos	10
Modelo CCR	11
Modelo BCC	12
DEA com restrições aos pesos	17

CAPÍTULO III _____ **19**

Software SIAD	19
Como usar	19

CAPÍTULO IV _____ **28**

APLICAÇÃO DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS PARA MENSURAR A EFICIÊNCIA DE CLUBES DE FUTEBOL	28
RESUMO	28
1. INTRODUÇÃO	29
2. REFERENCIAL TEÓRICO	30
2.1 O Futebol	30
2.2 Análise envoltória de dados	31
3. METODOLOGIA	35
4. RESULTADOS	36
5. DISCUSSÃO	40
5.1 ANÁLISE DO PRIMEIRO CENÁRIO	40
5.2 Análise do segundo cenário	41
6. CONCLUSÃO	42

CAPÍTULO V _____ **44**

APLICAÇÃO DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS PARA COMPARAR A CAPACIDADE DAS UNIDADES FEDERATIVAS BRASILEIRAS EM TRANSFORMAR RECURSOS FINANCEIROS EM MAIOR QUALIDADE DE VIDA	44
RESUMO	44

1. INTRODUÇÃO	45
2. REFERENCIAL TEÓRICO	46
2.1 Conceito de Saúde e de IDH	46
2.2 O IDH brasileiro	49
2.2.1 IDHM Longevidade	49
2.2.2 IDHM Educação	52
2.2.3 IDHM Renda	55
2.3 Análise Envoltória de Dados	57
3. METODOLOGIA	58
4. Resultados e Discussões.	59
5. Conclusão	69

CAPÍTULO VI **71**

COMPARAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO SERVIÇO DE SAÚDE PÚBLICO NAS UNIDADES FEDERATIVAS BRASILEIRAS: UMA ABORDAGEM PELA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS	71
RESUMO	71
1. INTRODUÇÃO	72
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	73
2.1 Análise Envoltória De Dados: Conceitos Fundamentais	73
2.2 DEA Com Retornos Variáveis de Escala	75
2.3 Trabalhos Correlatos	76
3. METODOLOGIA	76
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	80
5. CONCLUSÃO	89

CAPÍTULO VII **91**

Considerações Finais	91
REFERÊNCIAS	92
Referencias dos Capítulos de I a III	92
Referencias do Capítulo IV	93
Referencias do Capítulo V	95
Referencias do Capítulo VI	98

CAPÍTULO I

APRESENTAÇÃO

Escrever este livro foi algo gratificante, posto que a Análise Envoltória de Dados (DEA) é uma área intrigante que tem motivado muitas pesquisas nas últimas décadas. Sua aplicação varia desde a comparação de sistemas organizacionais mais simples, como escolas e hospitais, quanto municípios, estados e países. É uma técnica relativamente de fácil aplicação e interpretação dos resultados que, se bem parametrizada, pode trazer resultados importantes para nortear os gestores na tomada de decisão.

No Brasil são raras as publicações didáticas que tem por assunto a Análise Envoltória de Dados. A maioria das publicações nesta temática está em língua estrangeira, o que nem sempre possibilita o acesso a todos os estudantes brasileiros, sendo estes um dos principais motivos que nortearam a publicação deste trabalho.

Neste livro, procuramos contribuir para que a utilização desta técnica de mensuração e comparação da eficiência seja ainda mais disseminada no Brasil, uma vez que aumenta a disponibilidade de informação para os leitores brasileiros interessados na área.

O grande diferencial deste livro reside no fato de, além de trazer de forma lúcida, com linguagem simples e didática o passo-a-passo do funcionamento dos modelos DEA, traz um conjunto de casos aplicados que ajudam ao estudante entender sua aplicabilidade e interpretação dos resultados.

Além disto, neste livro você encontra tutoriais que auxiliam o pesquisador na utilização dos principais softwares disponíveis que calculam e comparam a eficiência por meio da Análise Envoltória de Dados.

Desejamos a você uma boa leitura e bons estudos.

INTRODUÇÃO

O que é Eficiência?

A eficiência pode ser determinada pela capacidade de evitar o desperdício de recursos e tempo para produzir-se um resultado determinado. Na prática, resume-se na capacidade de atingir um resultado utilizando o mínimo de recursos possível. Nas palavras de Meza *et al.* (2005) a eficiência resulta da comparação do que foi produzido, considerando-se os recursos disponíveis, com o que poderia ter sido produzido com estes mesmos recursos. Matematicamente, trata-se da mensuração da relação das saídas ou *outputs* (aquilo que deveria ser produzido ou objetivo a ser atingido) pelas entradas ou *inputs* (recursos utilizados para atingir os objetivos especificados).

A eficiência não pode ser confundida com a eficácia. Meza *et al.* (2005) esclarecem que a eficácia está unicamente relacionada ao que é produzido, não levando em consideração os recursos utilizados neste objetivo. Eficácia é a capacidade de alcançar um resultado desejado, que pode ser expresso de forma quantitativa.

A eficiência pode ser mensurada como a razão da saída útil pelas entradas totais, mas para que seja possível calculá-la de forma percentual, antes é necessário saber quanto, de fato, poderia ser produzido com aqueles recursos, ou seja, é necessário a definição de um padrão. Por exemplo, se determinada máquina produz 1.000 kg/h, quão eficiente ela foi? Para responder a esta questão é necessário definir quanto ela deveria ter produzido neste intervalo de tempo. Se, estabelecido um padrão, esta máquina devesse atingir a marca de 1.200 kg/h, logo, sua eficiência se dará pela razão $1.000/1.200$ o que resulta em uma eficiência de 83,34%. Mas, desta forma, o conceito de eficiência fica, inescapavelmente, atrelado ao conceito de produtividade.

Laugeni (2005) explica que no fim do século XIX surgiu nos Estados Unidos o trabalho de Frederick Taylor, considerado o pai da Administração Científica, que introduziu os conceitos que, posteriormente, foram utilizadas por Henry Ford no que ficou conhecido como Método de Produção Fordista. A partir do trabalho de Taylor originou-se a sistematização do conceito de produtividade, ou seja, uma luta contínua por melhores métodos de trabalho e processos produtivos, baseados na mensuração da relação *output/input*. Mello *et al.* (2005) salientam que enquanto na eficácia preocupa-se com a quantidade produzida, na produtividade o interesse concentra-se na razão entre o que foi produzido e o que foi gasto para produzir. Como a produtividade é o resultado da divisão de duas quantidades diferentes, com suas respectivas unidades de medida, logo, sua quantificação será diferente em cada caso.

Meza *et al.* (2005) citam como exemplos:

1. Se um agricultor produz soja, a sua produtividade pode ser medida pela divisão da quantidade colhida pela área plantada. Logo a unidade de medida seria tonelada/hectare.
2. Uma companhia aérea precisa saber a sua produtividade em ocupar os lugares nos aviões, ela pode dividir a quantidade de lugares ocupados pela capacidade do avião, e teria uma produtividade medida em vendas/lugares.

Todavia, estes exemplos tratam-se de medidas que levam em consideração a utilização de apenas um recurso e obtenção de apenas um produto, ou seja, apenas um *input* e um *output*. No entanto, geralmente, a obtenção de um ou mais produtos requer a utilização de vários insumos, que exige que, para calcular a eficiência, o peso de cada uma destas variáveis seja definido, como por exemplo: um comerciante estabeleceu como padrão que durante uma semana teria de ter um lucro de \$X mil unidades monetárias, que deveria vir de uma produtividade (através da comparação com seus concorrentes diretos ou *benchmarks*) de 36 vendas-padrão por vendedor. Este comerciante vende 5 tipos de produtos A, B, C, D e E, cada qual com seu respectivo preço de venda. Para efeito de cálculos e simplificação, considerar-se-á a utilização de um único recurso: vendedores. Desta forma, a produtividade (*output/input*) será calculada pela soma dos *outputs* (A+B+C+D+E) dividido pelo número de vendedores. Todavia, cada um dos *outputs*, possui um peso diferente no resultado, posto que cada um tem um preço, portanto, o peso que cada um exerce sobre o resultado será exatamente seu preço de mercado.

Logo, neste exemplo, se foram vendidos 100 produtos A, 78 produtos B, 112 produtos C, 114 Produtos D e 68 produtos E, e o preço de venda de cada um destes produtos for, pela ordem, de \$5, \$4, \$3, \$2 e \$1 mil unidades monetárias e considerando que a loja tenha 3 vendedores, ter-se-ia a produtividade desenhada na equação a seguir:

$$Produtividade = \frac{100 * 5 + 78 * 4 + 112 * 3 + 114 * 2 + 68 * 1}{3 * (5 + 4 + 3 + 2 + 1)}$$

$$Produtividade = \frac{1444}{45} = 32 \frac{\text{"produtos"}}{\text{vendedor}} \cdot \text{semana}$$

Salientando que estes “produtos” não são os produtos A, B, C, D e E em si, mas uma ponderação deles. Sua eficiência, portanto, foi de $32/36 = 88,89\%$.

Ou de forma simplificada, esta produtividade poderia ser medida em \$/(vendedor. Semana).

$$\frac{1444}{3} = \frac{481,34}{\text{vendedor}} \cdot \text{semana}$$

Mas, nem todos os sistemas permitem “precificar” o valor das variáveis, seja de *input* seja de *output*, como por exemplo, na mensuração da eficiência de um hospital que tenha por *inputs* número de médicos, número de enfermeiros e número de equipamentos de diagnóstico e como saída, tempo de permanência e taxa de mortalidade.

Neste caso, como calcular a eficiência de sistemas onde seja impossível precificar, a priori, o peso de cada variável e sem um padrão definido de comparação?

Uma das respostas para esta questão encontra-se na Análise Envoltória de Dados.

O que é Análise Envoltória de Dados?

A Análise Envoltória de Dados, mais conhecida no Brasil por sua sigla em inglês DEA de *Data Envelopment Analysis* é uma técnica não-paramétrica que utiliza a programação linear para calcular e comparar as eficiências de diferentes sistemas produtivos, seja de bens ou de serviços, através da construção de uma fronteira de eficiência. Para isto, é pré-requisito que as unidades comparadas sejam homogêneas, ou seja, produzam os mesmos produtos através da utilização dos mesmos insumos.

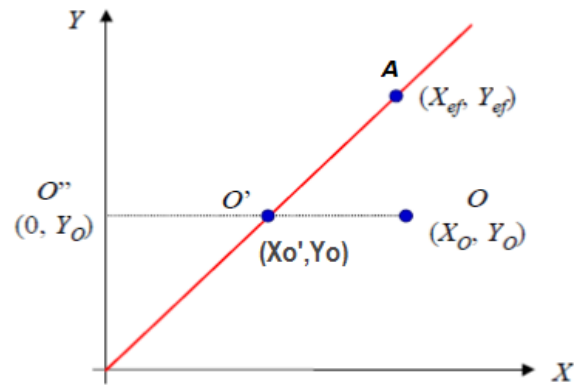
A grande vantagem da DEA reside no fato de que para calcular o peso que cada variável exerce sobre o resultado, utiliza-se de uma técnica de programação linear, estimando os pesos que maximizam as eficiências das unidades analisadas, que na DEA são chamadas de DMU (*Decision Making Units*). Cada DMU, portanto, tem a sua eficiência maximizada.

Inicialmente, a técnica proposta por Charnes *et al.* (1978) não considerava o porte da DMU para escolhê-la como referência para as demais, utilizando um método que considerava retornos constantes de escala ou, em sua sigla em inglês, CRS (*constant returns to scale*). Nesta técnica, *inputs* e *outputs* variam equiproporcionalmente. Na literatura pode-se encontrar tal método denominado por CCR em homenagem aos seus criadores - Charnes, Cooper e Rhodes. (Foursund e Sarafoglou, 2002).

A contribuição singular de Rhodes – então doutorando orientado por Charnes e Cooper que pesquisava formas de comparar o desempenho de unidades educacionais sem arbitrar pesos às variáveis, foi a conexão explícita entre um índice de produtividade calculado pela soma ponderada dos resultados (*outputs*) dividida pela soma ponderada dos insumos (*inputs*) e a forma de mensuração da eficiência técnica de Farrel (1957). A grande inovação consistiu em encontrar pesos que maximizassem a relação *output/input*, sujeita às restrições do sistema, unindo desta forma o conceito de produtividade da engenharia com o conceito de eficiência dos economistas (Foursund e Sarafoglou, 2002)

Considerando-se o caso particular em que a fronteira de eficiência é uma reta que passa pela origem cuja declividade é igual a produtividade da DMU mais produtiva, tem-se a Figura 1 a seguir:

Figura 1: Exemplo com *input* e *output* únicos.



Fonte: adaptado de Mello *et al.* (2005).

Neste caso, a DMU eficiente possui coordenadas (X_{ef}, Y_{ef}) . A DMU O é uma DMU ineficiente que, para atingir a eficiência precisa reduzir seus *inputs* mantendo os *outputs* ou, mantendo-se os *inputs*, aumentar seus *outputs*. No primeiro caso, o modelo é denominado de orientado aos *inputs* e no segundo caso orientado aos *outputs*.

As deduções a seguir baseiam-se no trabalho de Meza *et al.* (2005).

A produtividade da DMU eficiente, como se encontra sobre a fronteira de eficiência que passa pela origem, é dada pela tangente da reta que determina a fronteira de eficiência, logo:

$$Produtividade = \frac{Y_{ef}-0}{X_{ef}-0}$$

Para a DMU O tornar-se eficiente (no caso da orientação a *inputs*), precisa deslocar-se para a posição representada por O' no gráfico. Como no caso da orientação a *inputs*, preservam-se os *outputs*, logo sua coordenada no eixo Y será dada por Y_0 .

Como o segmento de reta que determina a fronteira de eficiência passa pela origem, sua produtividade que é calculada pela divisão dos *inputs* pelos *outputs* será igual a um ou 100%, logo sua eficiência será máxima, 100%.

Tacitamente, a DMU O' possuirá o mesmo coeficiente angular da DMU eficiente. A função $(y = a + bx)$ que determina a fronteira de eficiência pode ser assim demonstrada: Coeficiente linear igual a zero $a=0$. O coeficiente angular b será igual a produtividade da DMU eficiente:

$$b = \frac{Y_{ef}}{X_{ef}}$$

Logo,

$$Y = \frac{Y_{ef}}{X_{ef}} * X$$

Conforme dito anteriormente, para que a DMU O se torne eficiente, precisa reduzir seus *inputs* até atingir O'. As coordenadas do ponto O são (Y₀ e X₀), logo, utilizando-se a função da fronteira de eficiência, tem-se:

$$Y_0 = \frac{Y_{ef}}{X_{ef}} * X_{0'}$$

Assim,

$$X_{0'} = \frac{Y_0 * X_{ef}}{Y_{ef}}$$

A eficiência do ponto O', assim como a eficiência do ponto de coordenadas (Y_{ef}, X_{ef}), é igual à sua produtividade, logo:

$$Ef(O') = \frac{Y_0}{X_0}$$

Já o ponto O possui um acréscimo de recursos para atingir a mesma produção de O', fazendo com que sua eficiência dependa deste percentual a mais de recursos utilizados. Logo, sua eficiência será determinada pela razão dos segmentos de retas O''O'/O''O (vide gráfico da Figura 1).

Sendo assim, Ef(O)=X₀'/X₀, utilizando-se o valor calculado de X₀', tem-se que:

$$Ef = \frac{\frac{Y_0 * X_{ef}}{Y_{ef}}}{X_0} = \frac{Y_0}{X_0} * \frac{1}{\frac{Y_{ef}}{X_{ef}}}$$

Conforme compreende-se tacitamente das demonstrações anteriores, a razão $\frac{Y_0}{X_0}$ representa a produtividade da DMU O e a razão $\frac{Y_{ef}}{X_{ef}}$ representa a produtividade da DMU de coordenadas (Y_{ef}, X_{ef}), logo a eficiência da DMU O será dada por:

$$Ef_0 = \frac{\frac{Y_0 * X_{ef}}{Y_{ef}}}{X_0} = \frac{Y_0}{X_0} * \frac{1}{\frac{Y_{ef}}{X_{ef}}} = \frac{Po}{Pef}$$

Assim, demonstra-se que a eficiência de uma DMU qualquer será dada pela razão da sua produtividade pela produtividade da DMU eficiente.

Percebe-se também que os retornos de escalas são constantes, ou seja, as DMU's eficientes terão sempre o mesmo coeficiente angular, em outras palavras, a razão *outputs/inputs* ou *inputs/outputs* sempre será a mesma, daí o nome CRS.

Para solucionar o problema de múltiplas variáveis, Charnes *et al.* (1978), que foram os criadores desta metodologia, construíram um modelo onde o peso de cada variável, tanto de *input* como *output*, fosse calculado por um problema de maximização utilizando programação linear. Ou seja, sendo a produtividade de uma DMU a divisão de seus *outputs* por seus *inputs*, o modelo de programação procuraria sempre a melhor combinação de pesos que permitisse que a DMU tivesse a maior eficiência relativa possível, sendo relativa à DMU que obteve a melhor eficiência. Desta forma, uma DMU que tenha sido ineficiente nesta configuração, seria ineficiente em qualquer outra, posto que qualquer alteração nos pesos ocasionaria uma maior ineficiência, fazendo com que o resultado relativo de eficiência obtido fosse incontestado, na perspectiva da DEA (Forsund e Sarafoglou, 2002).

Como a divisão de *outputs* por *inputs*, correspondia na verdade a múltiplos *inputs* e *outputs*, Charnes *et al.* (1978) criaram o modelo de *output* virtual, que se tratava do somatório de cada variável (*input* ou *output*) multiplicado por seu respectivo peso, conforme mostram as equações seguir.

Entrada virtual = $V_1X_{1o} + V_2X_{2o} + \dots + V_mX_{mo}$

Saída virtual = $U_1Y_{1o} + \dots + U_ZY_{Zo}$

Onde, V_1 e U_1 , correspondem, respectivamente, aos pesos dos *inputs* e *outputs* X_1 e Y_1 .

Neste caso, a eficiência de uma DMU será dada pela equação:

$$\text{Produtividade} = \frac{\text{Saída Virtual}}{\text{Entrada Virtual}}$$

Sendo assim, a produtividade para uma DMU “Z” qualquer, seria:

$$\text{Produtividade (DMU}_z) = \frac{U_1.Y_{1z} + U_2.Y_{2z} + \dots}{V_1.X_{1z} + V_2.X_{2z} + \dots}$$

Ou seja, a soma dos *outputs*, cada qual, multiplicado por seus respectivos pesos, dividido pelos *inputs*, multiplicados por seus respectivos pesos.

Uma das vantagens da DEA é que por ela calcula-se a eficiência das DMUs de forma comparativa. Para isto, pega-se a DMU que possui a maior produtividade como a como padrão, assim, a eficiência das demais DMUs é dada pela razão de sua produtividade pela produtividade da DMU padrão. Sendo assim, a eficiência da DMU mais produtiva será sempre 100%.

O primeiro modelo de DEA proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) considerava retornos constantes de escala, ou seja, situação em que o porte da DMU não interfere no seu desempenho na utilização dos recursos. Neste modelo, variações nos *inputs* produziam variações proporcionais nos *outputs* e vice-versa.

A grande inovação de Charnes *et al.* (1978) foi calcular os pesos dos *inputs* e *outputs* através de maximização da relação, ou seja, todas as DMU's terão a máxima eficiência possível de acordo com os produtos gerados através dos insumos utilizados. Desta maneira, uma DMU que for ineficiente neste modelo seria ainda mais ineficiente em qualquer outra configuração de pesos, tornando incontestável que a sua capacidade de gerar produtos através dos recursos utilizados é menor do que a capacidade das unidades de referência (eficientes).

A partir de sua primeira utilização, a técnica DEA teve contribuições de diversos autores que se concentraram em resolver problemas específicos que o primeiro modelo não resolvia e passou, portanto, a ser empregada para mensurar a eficiência relativa de diversas organizações. Uma destas contribuições, foi a criação do modelo que permitia a consideração de retornos variáveis de escala.

A mensuração da eficiência é fundamental para o bom desempenho de qualquer organização, uma vez que permite identificar suas principais dificuldades operacionais e propor um conjunto de metas a serem atingidas que permitirão que a unidade avaliada atinja a fronteira de eficiência. Salientando que estas organizações podem ser tanto públicas como privadas.

História da Análise Envoltória de Dados

A Análise Envoltória de Dados surgiu a partir do trabalho de Charnes, Cooper e Rhodes (1978), quando tentavam comparar a eficiência de escolas americanas que se distinguiam por ter ou não aderido a um programa de acompanhamento discente criado por Rhodes. Todavia, calcular estas eficiências esbarrava na dificuldade de estabelecer pesos adequados a cada uma das variáveis de *input* e *output*.

As variáveis do meio escolar (número de professores, notas dos alunos, saúde mental dos discentes, número de laboratórios, horas/aula etc.) não permitem que lhes sejam atribuídos “preços de mercado” – conforme vimos anteriormente – de forma precisa e objetiva. A inserção de pesos com base apenas no julgamento do decisor pode inserir vieses no modelo que comprometerão toda a confiabilidade dos resultados.

Diante deste problema, Rhodes começou a pesquisar formas de calcular a eficiência destas instituições de ensino de forma que seus resultados obtivessem maior grau de confiabilidade e aceitação, tanto pela comunidade acadêmica quanto pelos gestores do sistema.

Em suas pesquisas Edward Rhodes deparou-se com a pesquisa de Farrel (1957) que estabelecia os pressupostos básicos para calcular a eficiência através da criação de uma fronteira.

Com base neste trabalho, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) generalizaram as definições de Farrel (1957) atribuindo também aspectos novos ao modelo proposto. Este conjunto de operações matemáticas ficou conhecido como Análise Envoltória de Dados.

O grande diferencial proposto pela equipe de pesquisadores estava na forma imparcial de calcular o peso de cada variável. Os autores, primeiramente criaram o conceito de *input* e *output* virtual, que nada mais é, do que soma ponderada das variáveis de entrada e de saída. A partir deste conceito, calcularam os pesos de cada variável de forma a maximizar a eficiência total de cada Unidade tomadora de Decisão (DMU). Estes pesos eram calculados através de programação linear.

Além disto, na DEA as eficiências são calculadas de forma comparativa, ou seja, conforme vimos anteriormente, a DMU mais produtiva serve de referência para as demais, que tem a sua eficiência calculada a partir dela.

Sendo desta forma, cada DMU receberia a eficiência máxima possível, sendo que, quaisquer alterações nos pesos (que são as variáveis de decisão) resultaria em uma eficiência menor para as unidades. Tornando as pontuações de eficiência obtidas através da DEA de difícil contestação.

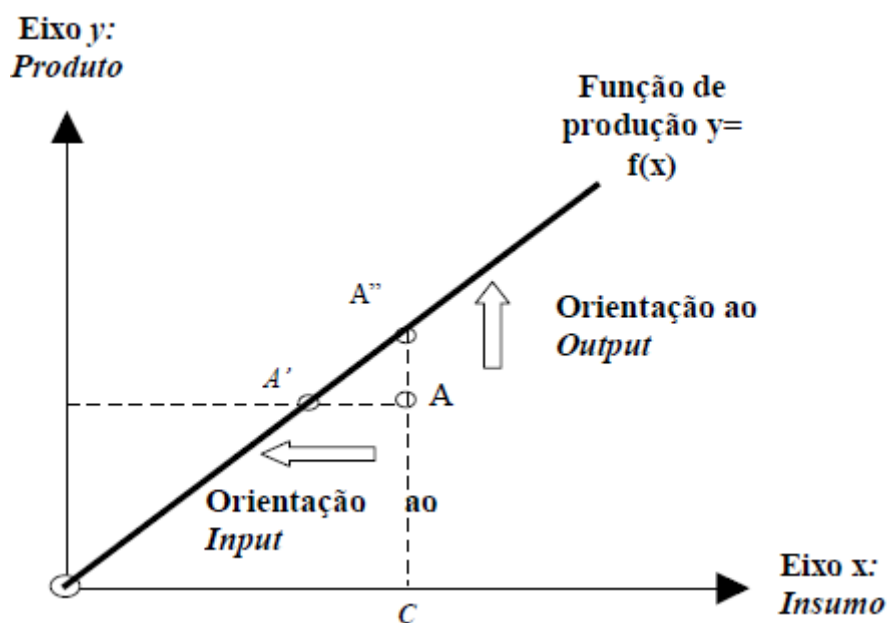
CAPÍTULO II

Parâmetros dos Modelos DEA

Orientação dos Modelos

Conforme descrito anteriormente, a eficiência no modelo DEA é medida pela divisão da soma do produto dos *outputs* pelos seus respectivos pesos, pela soma do produto dos *inputs* pelos seus pesos, ou seja, o *output* virtual dividido pelo *input* virtual. Desta forma, a eficiência pode ser aumentada tanto pela maximização dos *outputs* quanto pela minimização dos *inputs*. No primeiro caso, diz-se que o modelo é orientado aos *outputs* (*output oriented*) e no segundo caso, orientado aos *inputs* (*input oriented*).

Figura 2: orientação aos *inputs* e *outputs*



Fonte: Mariano (2008)

Na imagem acima, a DMU A, para tornar-se eficiente tem de atingir a fronteira de eficiência representada pela reta que parte da origem, para consegui-lo terá de ampliar seus *outputs* mantendo-se os *inputs* constantes (A'') ou mantendo-se os *outputs* constantes, reduzir a quantidade de *inputs* utilizados (A').

Modelo CCR

Considerando-se H unidades produtivas com um número m de produtos sendo gerados por um número n de insumos, a eficiência das unidades será calculada por:

$$Max\ Ef0 = \frac{\sum_{i=1}^m \mu_i y_{i0}}{\sum_{j=1}^n v_j x_{j0}}$$

Como se está medindo a eficiência, o resultado tem de estar entre 0 e 100% ou 0 e 1.

Desta forma cabe adicionar uma restrição ao modelo:

Sujeito a

$$\frac{\sum_{i=1}^m \mu_i y_{ik}}{\sum_{j=1}^n v_j x_{jk}} \leq 1 \text{ para } k = 1, 2 \dots H$$

Outra restrição importante é que os pesos têm de ser sempre maiores que ε , logo:

$$\mu_i v_j \geq \varepsilon$$

sendo ε um número não-arquimediano (infinitamente próximo de zero).

O modelo de programação descrito acima deixa implícito que por se tratar de um modelo fracionário, existem infinitas soluções que satisfazem a razão com um resultado menor ou igual a um. Portanto, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) propuseram um modelo de programação linear, através da inclusão de mais uma restrição – limitar o produto dos *inputs* pelos seus respectivos pesos ao valor um. Logo,

$$Ef = \frac{\sum_{i=1}^m \mu_i y_{ik}}{\sum_{j=1}^n v_j x_{jk}} \leq 1$$

Tem-se que

$$Ef = \sum_{i=1}^m \mu_i y_{ik} - \sum_{j=1}^n v_j x_{jk} \leq 0$$

Fazendo-se com que o denominador (*input* virtual) da fração acima seja sempre igual a 1, pode-se obter os pesos que maximizam a eficiência somente dentro deste universo de valores.

Desta forma, o modelo de programação proposto acima transforma-se em

$$\text{Max } Ef0 = \sum_{r=1}^m \mu_r y_{r0}$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n v_j x_{j0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^m \mu_r y_{rk} - \sum_{j=1}^n v_j x_{jk} \leq 0 \text{ para } k = 1, 2 \dots H$$

$$\mu_r, v_j \geq \varepsilon$$

Este modelo de programação é orientado aos *inputs* e chamado de modelo DEA na forma dos multiplicadores ou Primal, que permite que seja atribuído um conjunto de pesos aos produtos e insumos, ou seja, os pesos são as variáveis de decisão.

No modelo CCR a fronteira de eficiência sempre será representada por uma reta que parte da origem

Modelo BCC

Banker, Charnes e Cooper (1984) incorporaram ao modelo DEA o retorno variável de escala, denominado VRS (*variable returns to scale*) ou BCC, em homenagem a seus criadores, que leva em consideração a escala que a DMU se encontra no cálculo da eficiência. A DMU analisada pode encontrar-se tanto em escalas onde o retorno de escala é crescente, quanto em escalas onde o retorno é decrescente. Nestes casos, as DMU's eficientes analisadas não precisam apresentar a mesma proporcionalidade entre *output virtual* e *input virtual* (o que aumenta o número de unidades eficientes em relação ao modelo CCR) (Benício e Mello, 2014).

Ambos os modelos (BCC e CCR) podem ser orientados a *inputs* ou a *outputs*, apesar de que o modelo CCR, por ser linear, deixa implícito que é invariante quanto à orientação.

A Figura 3 a seguir, publicada por Geissler, Mew, Weber e Steiner (2015), mostra a diferença gráfica entre as análises VRS e CRS.

Na Figura 3, apenas as unidades D e E são eficientes no modelo CRS enquanto no modelo VRS, além das unidades D e E, são eficientes as unidades H, A, F e G, devido a operarem em escalas diferentes.

O modelo DEA BCC pode ser melhor compreendido com a exemplificação a seguir a partir da Figura 4.

Diagrama de uma fronteira de produção em um plano cartesiano com eixos Output (Y) e Input (X). A fronteira é composta por segmentos CCR (Constant Returns to Scale), CPP (Constant Proportions) e BCC (Variable Returns to Scale). O segmento CCR é a linha reta que conecta a origem ao ponto X. O segmento CPP é o segmento horizontal que conecta o ponto W ao ponto R. O segmento BCC é o segmento vertical que conecta o ponto R ao ponto Y. O ponto X é o ponto de tangência da reta CCR com a fronteira. O ponto Y é o ponto de tangência da curva BCC com a fronteira. O ponto Z é o ponto de tangência da curva BCC com a fronteira. O ponto H é o ponto de tangência da curva BCC com a fronteira. O ponto V é o ponto de tangência da curva BCC com a fronteira. O ponto W é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira. O ponto R é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira. O ponto X é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira. O ponto Y é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira. O ponto Z é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira. O ponto H é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira. O ponto V é o ponto de tangência da curva CPP com a fronteira.

Seguindo o mesmo raciocínio da Figura 3, a Figura 4 demonstra graficamente as eficiências de sete DMU's (V, W, X, Y, Z, H e R), que possuem um *input* e um *output*.

No modelo CCR, representado pela linha que passa pela origem, apenas a DMU X é eficiente. No modelo BCC, representado pelos segmentos de retas que unem os pontos V, W, X, Y e Z, estas cinco DMU's são eficientes.

O conjunto de possibilidades de produção consiste na área existente entre as retas que formam a fronteira de eficiência, mais uma possível diminuição e/ou aumento dos *inputs* com uma possível diminuição e/ou aumento dos *outputs* (Cooper, 2007). Ou seja, são todos os pontos onde é possível produzir.

A principal característica do conjunto de possibilidades de produção, segundo a teoria econômica, é o fato dele ser um conjunto convexo (Mariano, 2015).

Segundo Mariano (2015), matematicamente, os conjuntos convexos possuem uma série de propriedades, sendo a principal delas que qualquer ponto dentro deste conjunto de possibilidades de produção pode ser escrito como uma combinação linear dos demais pontos do conjunto.

Isto explica porque a meta das DMU's ineficientes é formada a partir da combinação linear das DMU's que estão na fronteira (λ), que é o conjunto maior de possibilidades possível.

O modelo BCC surgiu a partir da decomposição do modelo CCR em duas componentes: a eficiência técnica e a eficiência de escala (Mariano, 2008).

O modelo CCR (sem a restrição de convexidade) estima a eficiência bruta de uma DMU. Esta eficiência compreende a eficiência técnica e a eficiência de escala. A eficiência técnica descreve a eficiência na conversão de *inputs* em *outputs*, enquanto a eficiência de escala reconhece que a economia de escala não pode ser alcançada em todas as escalas de produção, e que há um tamanho de escala mais produtivo, onde a eficiência da escala é máxima em 100% (Ramanathan, 2003).

A eficiência técnica identifica a utilização ótima dos recursos de acordo com o porte ou escala de produção da DMU em análise. A eficiência de escala é calculada a partir da divisão entre a eficiência BCC e a eficiência CCR, mostrando a distância entre a DMU analisada e uma DMU fictícia que opera em uma escala mais produtiva (Mariano, 2008). Desta forma, o modelo BCC consegue dissociar da ineficiência técnica os componentes da ineficiência produtiva ocasionados pela escala de operação. Livres da dificuldade de considerar a escala de operação, o modelo permite que unidades de portes distintos possam ser utilizadas como referência (Belloni, 2000).

Banker, Charnes e Cooper (1984) publicaram o modelo BCC de modo que o conjunto de possibilidades de produção seja definido por (Cooper, Seiford e Tone, 2007)

$$PB = \{(x, y) | x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, e\lambda = 1, \lambda \geq 0\}.$$

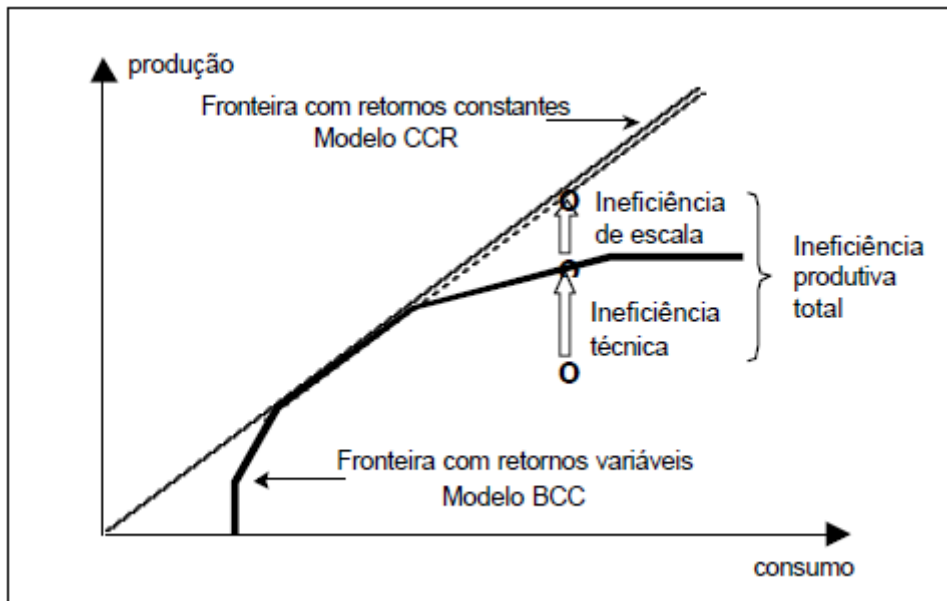
A única diferença entre o modelo BCC e CCR está contida na condição

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, \forall j$$

Tal condição restringe o conjunto de soluções à região convexa do plano. Desta forma, descaracteriza-se a hipótese de retornos variáveis de escala, uma vez que as soluções não podem variar entre os extremos dos planos de operação, ou seja, que sejam expandidos ilimitadamente ou contraídos até a origem (Belloni, 2000; Cooper, 2007).

Através da Figura 5 a seguir, pode-se interpretar melhor a diferença entre a eficiência técnica e de escala.

Figura 5: diferença entre eficiência técnica e de escala



Fonte: Belloni (2000)

O modelo BCC-Primal orientado aos *inputs* pode ser definido pelo modelo de programação linear que segue, onde os elementos utilizados na construção do modelo possuem o mesmo significado quando utilizados na construção do modelo CCR com exceção ao μ somado na primeira equação.

$$\text{Max } Ef = \sum_{i=1}^m \mu_i y_{i0} + \mu$$

Sujeito a

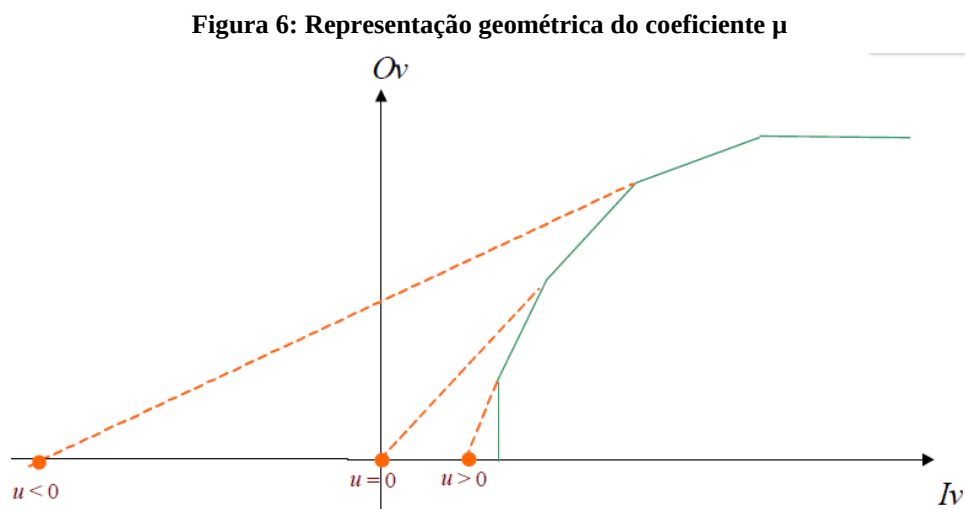
$$\sum_{j=1}^m v_j x_{j0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m \mu_i y_{ik} - \sum_{j=1}^m v_j x_{jk} \leq 1 \text{ para } k = 1, 2 \dots H$$

$\mu_i v_j \geq 0$ e μ sem restrição de sinal

Este modelo já está linearizado, sendo que o processo é o mesmo aplicado ao modelo CCR.

.O coeficiente μ pode ser interpretado geometricamente como o valor de x por onde passa a reta que tangencia a fronteira de eficiência (Mariano, 2008).



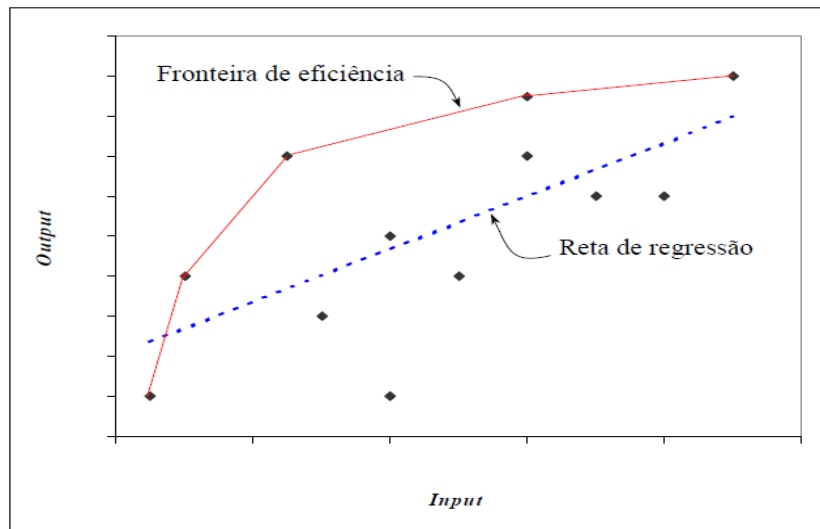
Fonte: Mariano (2008)

A soma de μ na primeira equação confere ao modelo a capacidade de não permitir que as restrições das DMUs que operam em escalas distintas limitem o valor da função objetivo.

A DEA difere-se das técnicas de regressão por mínimos quadrados, que calculam a eficiência em função de médias. De acordo com Guerreiro *et al.* (2006), os métodos paramétricos objetivam otimizar um plano de regressão simples, enquanto a DEA otimiza isoladamente cada uma das observações, uma em relação às outras.

Conforme Cooper, Seiford e Tone (2000), em uma regressão consideram-se eficiente todas as DMU's que estão acima da linha de regressão, enquanto na DEA, forma-se uma fronteira de eficiência onde as unidades eficientes encontram-se sobre esta fronteira e todas as demais são consideradas ineficientes, conforme a Figura 7 a seguir.

Figura 7: Regressão linear versus DEA.



Fonte: Meza *et al.* (2005)

DEA com restrições aos pesos

Na DEA, as variáveis de decisão, ao invés de serem os valores das variáveis de entrada e saída em si, são definidas pelos pesos que lhes são atribuídos que, conforme visto, são calculados por programação linear de modo a maximizar a eficiência.

Esta solução pode, por vezes, gerar resultados inverossímeis ao atribuir peso nulo a alguma variável ou ainda, sobrestimar seu peso na busca pela maximização do resultado. Para evitar tal discrepância, Dysson e Thanassoulis (1988) desenvolveram o método de restrição aos pesos que, conforme Lins *et al.* (2007) devem ser utilizados quando se tratar de uma variável essencial ou se existir a necessidade de uma relação numérica lógica entre elas. No método de restrição aos pesos, estabelece-se um intervalo entre o qual o peso de determinada variável pode variar.

Ramanathan (2003) esclarece as condições nas quais é importante utilizar restrições aos pesos:

- A análise DEA ignora informações que não podem ser incorporada diretamente no modelo ou que contradiz opinião de um especialista.
- A gestão de uma DMU tem alguma informação a priori em relação aos pesos a serem dados aos diferentes insumos e saídas. Mais geralmente, eles podem ter um intervalo para os pesos.

➤ DEA pode, por vezes, falhar em discriminar entre DMUs, especialmente para um pequeno tamanho da amostra. Assim, todos podem ser classificados como eficientes. Existem diversas formas de restringir os pesos das variáveis em DEA. Alcântara *et al.* (2003) definiram-nas como:

➤ Restrições Diretas nos pesos

Neste método impõe-se limites numéricos de forma direta aos pesos, na forma:

$$Q2_i < V_i < Q1_i \text{ para os inputs}$$

$$P2_r < U_r < P1_r \text{ para os outputs}$$

$$B_0 = S V_i X_{i0}$$

Onde Q e P são os limites numéricos impostos respectivamente aos *inputs* (V) e aos *outputs* (U).

➤ Região de Segurança (*Assurance Region-AR*)

As restrições AR são do tipo:

$$U_r < \alpha_{rs} U_s, \forall r \neq s$$

$$V_i < \beta_{ij} V_j \forall i \neq j$$

onde α_{rs} e β_{ij} são definidos pelo usuário.

Alcântara *et al.* destacam que esta é a técnica chamada Região de Segurança de tipo I (*Assurance Region I – AR I*). A Região de Segurança de tipo II (*Assurance Region II – AR II*) difere-se do tipo I por estabelecer uma relação entre os pesos dos *inputs* e dos *outputs*.

➤ Método Cone Ratio

Este método é uma generalização do método da região de segurança que produz uma região viável do vetor de entrada restrita a um cone convexo poliédrico. Da mesma forma, o vetor de saída é restrito a outro cone convexo poliédrico, ambas as restrições se dão pela seguinte equação:

$$v = \sum_{j=1}^k \alpha_j * \alpha_j$$

Sendo que $\alpha_j \geq 0, \forall j$.

➤ Restrição aos *inputs* e *outputs* virtuais

Por vezes, pode ser mais fácil estabelecer limites aos *outputs* e *inputs* virtuais do que aos multiplicadores, levando em conta as unidades de medidas dos insumos de entrada e de saída.

CAPÍTULO III

Software SIAD

Como usar

O SIAD foi desenvolvido por Angulo Meza *et al.*, 2004) com o objetivo de ser utilizado para calcular os resultados nos modelos DEA clássicos. Este software é capaz de calcular as eficiências de cada DMU, os alvos que cada DMU ineficiente deve atingir para tornar-se eficiente, além de estabelecer para cada uma delas as unidades benchmarks nas quais elas devem se espelhar. O Software calcula também as folgas de cada DMU e retorna uma tabela com os pesos que foram atribuídos a cada uma das variáveis.

O SIAD deve ser usado em uma plataforma Windows permitindo inserir até 100 DMUs e 20 variáveis, entre *inputs* e *outputs*. Para download do software é necessário acessar a página dos desenvolvedores.

Após feito o download do software, ele não precisa ser instalado, bastando extrair-lo da pasta comprimida resultante do download. Para funcionar basta executar o arquivo Siadv3.exe.

A seguir segue a imagem da tela inicial do Software SIAD após clicar em Arquivo -- Novo DEA.

Figura 8: tela inicial do SIAD

A janela 'Entrada de Dados' do SIAD apresenta três campos de entrada para configurar o modelo. O primeiro campo, 'Número de DMUs', contém o valor '10'. Os outros dois campos, 'Número de Inputs' e 'Número de Outputs', estão vazios. À direita dos campos, há dois botões: 'OK' com um ícone de checkmark e 'Cancelar' com um ícone de proibido.

Parâmetro	Valor
Número de DMUs	10
Número de Inputs	
Número de Outputs	

Fonte: próprios autores

Por meio desta seção é possível inserir o número de DMUs que serão analisadas, número de variáveis de *input* e número de variáveis de *output*.

Após clicar em OK, tendo escolhido 10 DMUs, 2 *inputs* e 2 *outputs*, surge a segunda tela do software apresentada a seguir.

Figura 9: tela de introdução de dados no SIAD

A janela 'Entrada de Dados' agora exibe uma 'Matriz de Dados' para 10 DMUs e 2 inputs/2 outputs. A matriz é uma tabela com 10 linhas (DMU_1 a DMU_10) e 4 colunas (Input_1, Input_2, Output_1, Output_2). À direita da matriz, há três seções de configuração: 'Modelo' com o dropdown 'CCR (CRS)', 'Orientação' com o dropdown 'Input', e 'Avançado' com o dropdown 'Nenhum'. Na barra de ferramentas inferior, há botões para 'Editor', 'Salvar', 'Cancelar', 'Calcular' e 'Multicritério'.

DMUs	Input_1	Input_2	Output_1	Output_2
DMU_1				
DMU_2				
DMU_3				
DMU_4				
DMU_5				
DMU_6				
DMU_7				
DMU_8				
DMU_9				
DMU_10				

Fonte: próprios autores

Nesta tela é possível inserir manualmente os valores de *inputs* e *outputs* de cada variável. Nesta seção é possível também escolher o modelo DEA, a orientação do modelo e se deseja inserir restrições aos pesos, clicando em Avançado.

Todavia, este processo pode tornar-se oneroso se existir uma quantidade muito grande de DMUs. O software SIAD possui uma forma mais amigável de inserir os dados, através de um arquivo .txt.

1º PASSO

Abra o Excel onde estão os dados dos valores das variáveis de cada DMU em seguida configure-a conforme a tabela abaixo.

Figura 10: dados no Excel

	A	B	C	D	E
1	10	2	2		
2	DMU	INPUT1	INPUT2	OUTPUT1	OUTPUT2
3	DMU1	3,149779	3,481426	5	10
4	DMU2	4,070772	3,146374	4	9
5	DMU3	7,335607	2,120742	6	7
6	DMU4	2,310766	1,01832	2	13
7	DMU5	5,640995	3,228368	1	13
8	DMU6	5,973952	4,253964	3	10
9	DMU7	2,942542	3,232195	4	11
10	DMU8	0,217797	3,727843	4	6
11	DMU9	7,083665	2,859783	5	10
12	DMU10	6,304609	3,523471	3	8
13					

Fonte: próprios autores

Na célula A1 digite o número de DMUs, na célula B1 digite o número de *inputs* utilizados no modelo e na célula C1 a quantidade de *outputs*.

Dicas importante – você pode substituir os nomes das DMUs e variáveis pelos nomes corretos, mas jamais insira espaços nestes nomes.

2º PASSO

Abra o bloco de notas e copie e cole estes dados, o Excel permite salvar estes dados em formato txt, mas não faça isto!, dará erro quando você tentar abrir o arquivo com o SIAD. Em seguida abra o SIAD.

3º PASSO

No bloco de notas clique em Editar – Substituir e substitua todas as vírgulas por pontos. Você pode fazer isto no Excel também, mas costuma apresentar erros. Salve o arquivo.

4º PASSO

Abra o SIAD e clique em Arquivo – Abrir e escolha o arquivo txt salvo, Você irá se deparar com a tela apresentada na Figura 10 a seguir.

Figura 11: tela inicial do SIAD

Sistema Integrado de Apoio à Decisão v3.0
Arquivo Editar DEA Multicritério Informações

Entrada de Dados

Matriz de Dados

DMU	INPUT1	INPUT2	OUTPUT1	OUTPUT2
DMU1	3,149779	3,481426	5,000000	10,000000
DMU2	4,070772	3,146374	4,000000	9,000000
DMU3	7,335607	2,120742	6,000000	7,000000
DMU4	2,310766	1,018320	2,000000	13,000000
DMU5	5,640995	3,228368	1,000000	13,000000
DMU6	5,973952	4,253964	3,000000	10,000000
DMU7	2,942542	3,232195	4,000000	11,000000
DMU8	0,217797	3,727843	4,000000	6,000000
DMU9	7,083665	2,859783	5,000000	10,000000
DMU10	6,304609	3,523471	3,000000	8,000000

Modelo
CCR (CRS)

Orientação
Input

Avançado
Nenhum

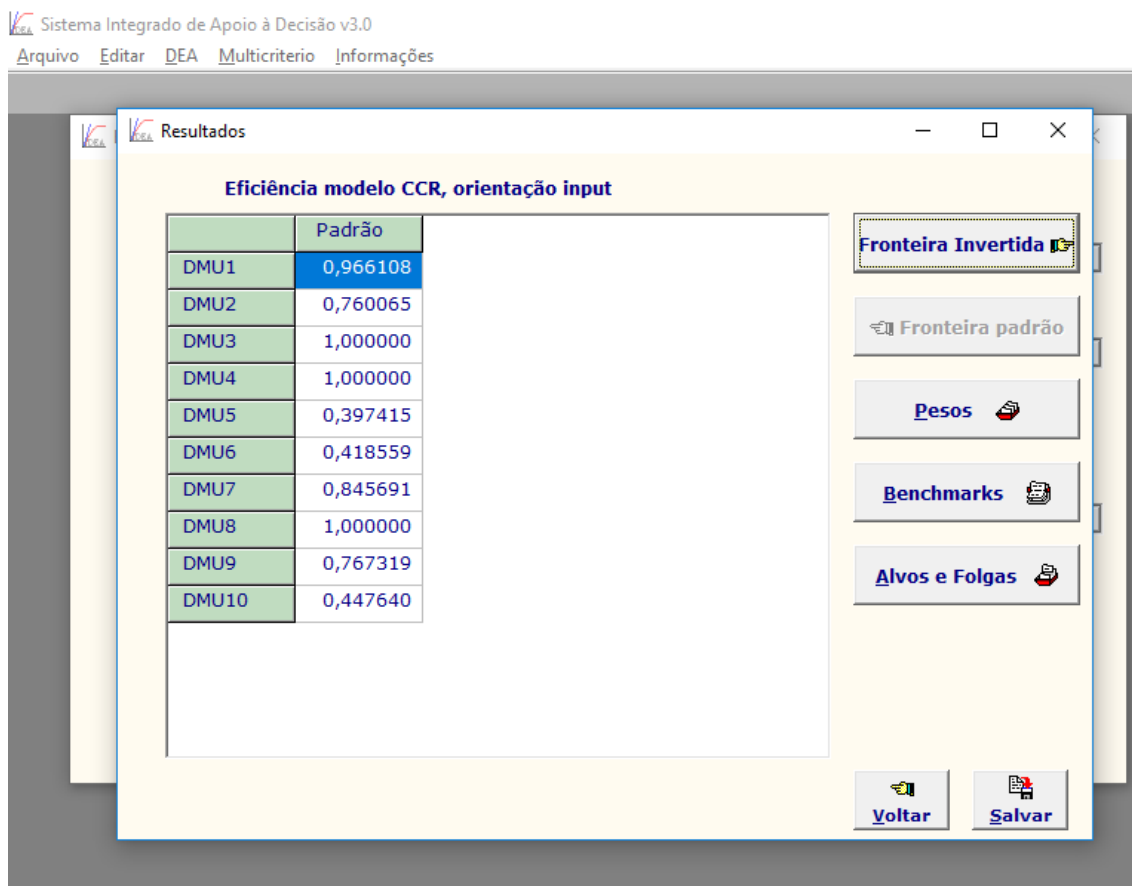
Editor Salvar Cancelar Calcular Multicritério

Fonte: próprios autores

5º PASSO

Escolha o modelo CCR com orientação aos *inputs* e clique em calcular. O software retornará os resultados apresentados a seguir.

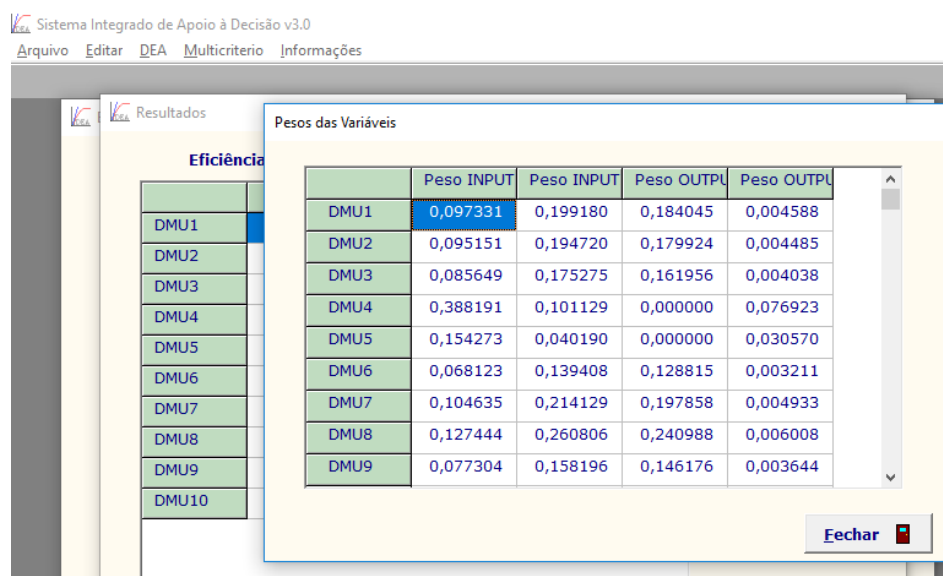
Figura 12: resultados DEA - modelo CCR/INPUT



Fonte: próprios autores

Na coluna “Padrão” estão os resultados das eficiências de cada uma das DMUs. Ao clicar em “Pesos” aparecerá na tela a imagem a seguir que apresentará os pesos que foram atribuídos a cada uma das variáveis.

Figura 13: pesos atribuídos às variáveis

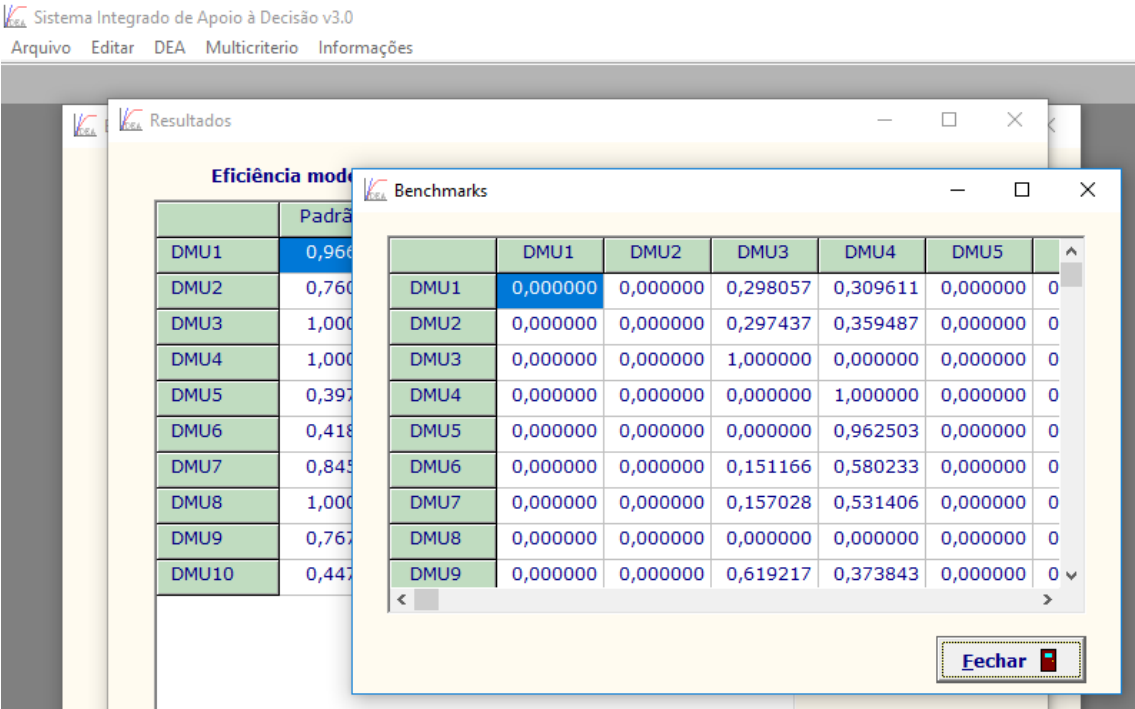


Fonte: próprios autores

Percebe-se através da imagem a atribuição de pesos nulos a algumas variáveis de determinadas DMUs.

Ao clicar-se em *Benchmarks* o software retornará uma tabela com o resultado das unidades de referência para cada uma das DMUs ineficientes, conforme Figura 14 a seguir.

Figura 14: Benchmarks

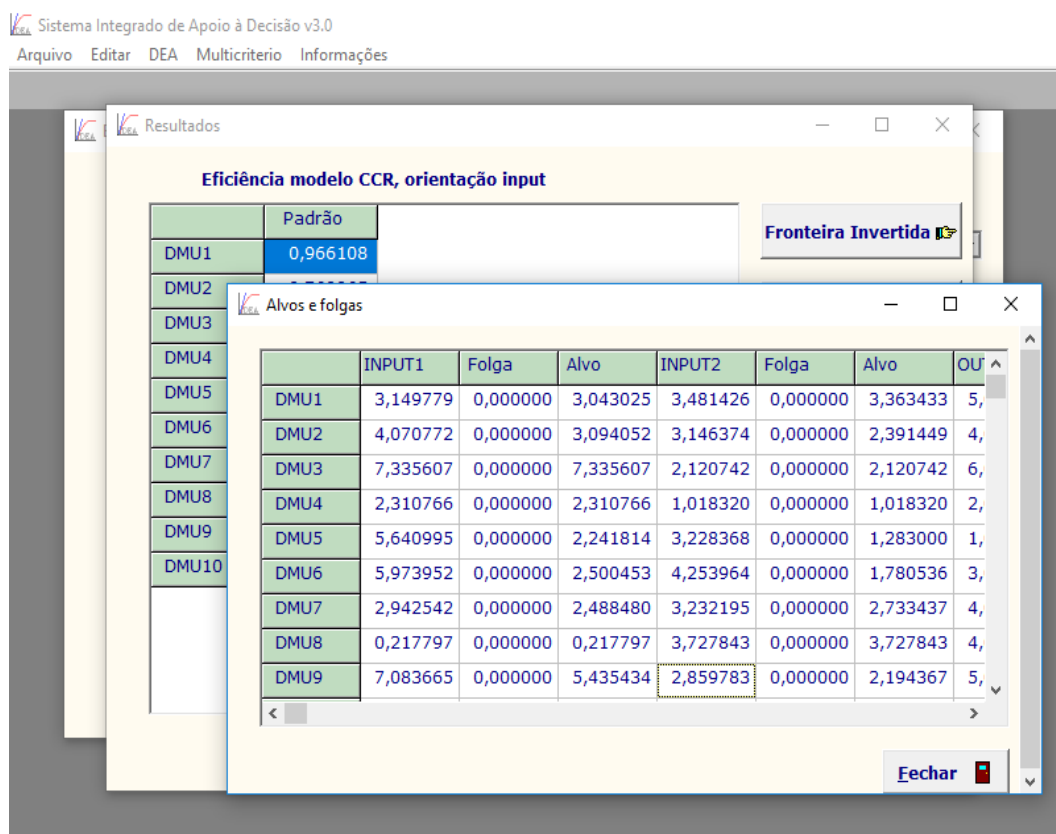


Fonte: próprios autores

Nesta Figura percebe-se por exemplo que a melhor referência para a DMU9 é a DMU3, pois possui o maior valor (0,619). Este valor varia de 0 a 1 e, quanto mais perto de 1 melhor referência é aquela unidade.

Em “Alvos e Folgas” é possível identificar quais serão os novos valores de *input* que as unidades ineficientes teriam de atingir para tornarem-se eficientes, conforme Figura 15 a seguir.

Figura 15: Alvos e Folgas

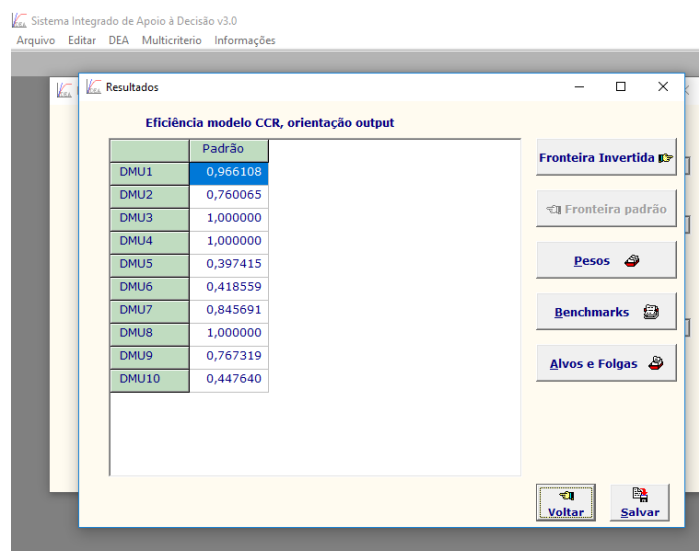


Fonte: próprios autores

Pegando-se a DMU5 como exemplo tem-se que, quanto ao seu *INPUT1* que atualmente a DMU dispõe de 5,64 unidades, esta DMU teria de utilizar apenas 2,24 (Alvo) para tornar-se eficiente. Quando aparecem valores de *Folga* significa que a DMU não foi projetada em uma região Pareto-Eficiente.

Voltando-se à configuração do modelo e escolhendo-se a opção *CCR/OUTPUTS* percebe-se que as eficiências calculadas são exatamente as mesmas, pois, conforme definido anteriormente, por ser linear, o modelo CCR é invariante quanto à orientação, conforme apura-se na Figura 16 a seguir.

Figura 16: eficiências do modelo BCC orientado aos *outputs*

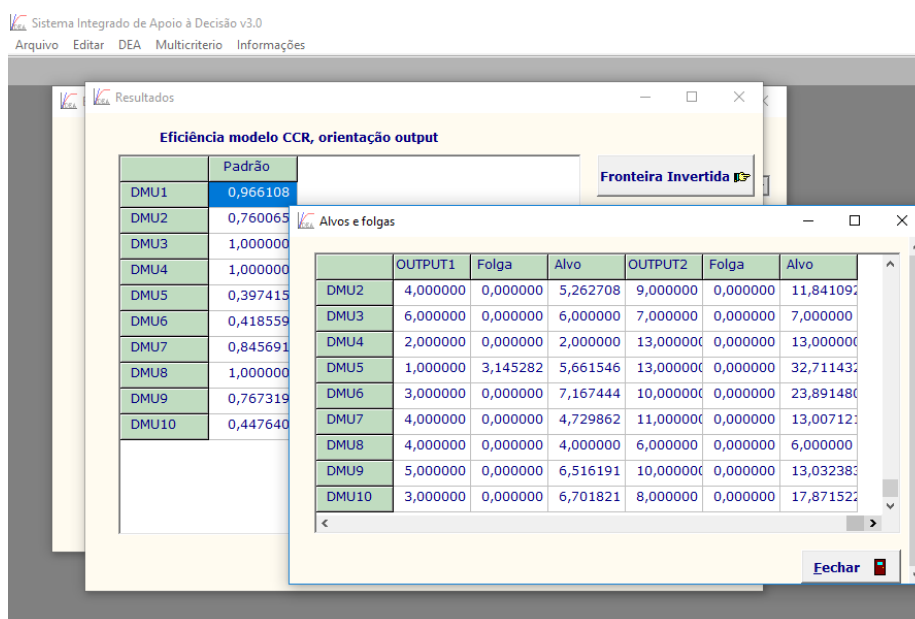


Fonte: próprios autores

O que irá diferenciar nestes dois modelos serão os Alvos e Folgas que antes eram calculados alterando-se os *inputs* e mantendo constante os *outputs* e, desta vez faz exatamente o contrário, ou seja, altera-se os *outputs* mantendo-se constantes os *inputs*.

A Figura 17 a seguir apresenta estes dados.

Figura 17: alvos e folgas no modelo orientado aos *outputs*



Fonte: próprios autores

Através desta Figura 17 percebe-se que a DMU 5 para se tornar eficiente teria de atingir o valor de 5,66 no *OUTPUT1* e 32,7 no *OUTPUT2*.

Nos próximos capítulos serão apresentados em forma de artigos científicos estudos de casos que utilizaram a Análise Envoltória de Dados como ferramenta de comparação da

eficiência relativa de sistemas organizacionais. Nestes artigos, além de conduzir o leitor a maior familiaridade com a aplicação da DEA, também permitira que o estudante reveja conceitos e acompanhe a forma de estruturação das discussões concernentes aos resultados obtidos.

CAPÍTULO IV

APLICAÇÃO DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS PARA MENSURAR A EFICIÊNCIA DE CLUBES DE FUTEBOL

RESUMO

O futebol é um dos esportes mais praticados do mundo, especialmente no Brasil, onde mais de 15 milhões de pessoas praticam o esporte. Este trabalho se propôs a investigar se existe relação entre o desempenho qualitativo desenvolvido por um clube em campo e seu desempenho real no campeonato. Foi analisado os dados das 20 equipes que disputaram a série A do campeonato brasileiro de 2017, utilizando a análise envoltória de dados no modelo DEA-CCR orientado aos outputs em dois conjuntos de variáveis diferentes. Por fim, os ranks de eficiência foram comparados com a classificação real do campeonato. Constatou-se que é possível associar o desempenho qualitativo dos clubes com seu desempenho final, embora melhorias precisem ser feitas no modelo para aumentar a acuracidade.

PALAVRAS-CHAVE: Análise Envoltória de Dados, futebol, DEA, eficiência, desempenho.

1. INTRODUÇÃO

O futebol é um dos esportes mais praticados do mundo e, mais amplamente, no Brasil, onde segundo o IBGE (2015), esta é a modalidade esportiva mais praticada no país, com 15,3 milhões de adeptos, números que não levam em consideração os fãs do esporte que apenas o acompanham, mas não são praticantes. Segundo pesquisa do LANCE! IBOPE (2015), somente as 15 maiores torcidas do Brasil somam mais de 130 milhões de torcedores.

Segundo o IBOPE (2017), 132 milhões de pessoas acompanharam as 10 primeiras rodadas do Campeonato Brasileiro de Futebol pela televisão. Estima-se que o futebol movimente mais de 250 bilhões de dólares no mundo (GASPARETTO, 2013). No Brasil, no ano de 2016, os 24 maiores clubes (os 20 da primeira divisão e os 4 primeiros da segunda divisão) arrecadaram mais de R\$ 5 bilhões através de sócios-torcedores, bilheteria, patrocínios e contratos com redes de televisão (ÉPOCA, 2016).

O futebol, além da perspectiva financeira, exerce forte influência nos aspectos culturais no Brasil. Seus críticos, como Levine (1980), argumentam que o futebol é utilizado no país como o “ópio do povo” - em alusão à famosa frase de Karl Marx de que “a religião é o ópio do povo” - utilizado para esconder as mazelas sociais. Todavia, seus defensores trazem à luz as importantes inserções do futebol no meio social e político, quando por exemplo, nas eleições diretas de 1984, em que a torcida do Flamengo em coro com os jogadores, ostentavam faixas com os dizeres: “O FLA não malufa”, em manifestação de rejeição a um dos presidenciáveis, – Paulo Maluf (CALDAS, 1986).

Tão importante é a presença do futebol no imaginário coletivo social, que o vocabulário popular no Brasil é impregnado de expressões que lhe fazem alusão, como “pisou na bola”, “bola fora” ou “caiu na área é pênalti”, em alusão, respectivamente, a um deslize, a um comportamento não adequado e ao aproveitamento de uma oportunidade.

É senso comum também, a afirmação que o futebol não tem lógica, que seus resultados não refletem as observações mais imediatistas sobre possíveis vantagens de determinado time, por possuir, por exemplo, jogadores mais conhecidos e possivelmente mais talentosos, adquirindo assim, em tese, vantagens significativas sobre os seus rivais. Tais conclusões, são conhecidas no meio futebolístico como “O jogo é jogado, o Lambari é pescado”. Tal expressão popular encontra explicação no fato do Lambari ser um peixe difícil de ser pescado, de modo que, só se pode dizer que o fisgou, quando estiver fora

d'água, assim, só se pode dizer que uma partida está ganha após o apito final. (BABA, 2015)

As qualidades de um time de futebol durante uma partida, geralmente, são estatisticamente mensuradas como “roubadas de bola”, utilizada para designar quando um time toma a bola do adversário; número de “assistências”, que no linguajar do futebol refere-se ao penúltimo passe antes do chute a gol; passe errado e número de finalizações, quando um time finaliza a jogada direcionando a bola para o gol do adversário.

Neste íterim, indaga-se: existe relação entre as mensurações qualitativas das partidas de futebol e a eficiência final dos clubes no campeonato? Para responder a esta pergunta, este trabalho pretende utilizar a Análise Envoltória de Dados, que cria uma fronteira não-paramétrica de eficiência, com o objetivo de medir se a eficiência final dos clubes de acumularem pontos durante as partidas (*outputs*), está relacionada à sua capacidade técnica de ter bons indicadores qualitativos (*inputs*).

Este trabalho justifica-se pela imensa importância do futebol na cultura popular brasileira e no setor financeiro, no intuito de utilizar o conhecimento científico na desmistificação daquilo que se julga conhecer através de bases empíricas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, será inserido todo o conteúdo técnico necessário para a realização deste trabalho.

2.1 O FUTEBOL

O futebol é um esporte coletivo que surgiu na Inglaterra em 1863 a partir da separação entre duas associações de esporte com bola, a *Football Association* e a *Rugby*, posto que esta não aceitava um esporte praticado onde não se podia colocar a mão na bola, o que deu origem à *The English Football Association* (EFA), que apenas oito anos depois, possuía mais de 50 clubes associados. Após a criação da EFA, surgiram a associação escocesa (1873), a associação de Gales (1875) e a irlandesa (1880). Como a Inglaterra exercia forte influência no mundo, devido ao seu poderio econômico e militar, o esporte se espalhou rapidamente por outros países, como na Holanda e Dinamarca (1889), Nova Zelândia (1891), Argentina (1893), Chile (1895), Suíça e Bélgica (1895), Itália (1898), Alemanha e Uruguai (1900), Hungria (1901) e Finlândia (1907). A Confederação

Brasileira de Futebol surgiu em 1919 (SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO PARANÁ, 2017).

O esporte é praticado em uma área retangular, coberta com grama - de dimensões adotadas como padrão pela FIFA de 105 metros de comprimento e 68 metros de largura - (ESPORTE UOL, 2008), onde 22 jogadores (11 para cada time) tentam colocar a bola dentro do gol do adversário. Cada equipe conta com 10 jogadores em linha, que são proibidos de colocar a mão na bola, mais um goleiro que, dentro de uma área específica, pode pegar a bola com as mãos, com o intuito principal de não permitir que o adversário consiga marcar um gol.

Em uma partida de futebol, vence o time que fizer mais gols. Em sistemas de campeonato, como o que será analisado neste trabalho, cada vitória, independentemente da diferença de gols, faz com que o time vencedor obtenha três pontos. Em caso de empate, as duas equipes obtêm um ponto cada. Em caso de derrota, o clube não pontua.

Ao final do campeonato, vence a equipe que obtiver o maior número de pontos, sendo este, o principal fator discriminador das equipes e, somente em caso de mesma pontuação, emprega-se critérios de desempate.

O campeonato brasileiro de futebol, é disputado por 20 equipes, onde os quatro últimos colocados, são penalizados com a transferência para uma série inferior, enquanto os quatro primeiros clubes da série inferior, são transferidos para a série principal.

2.2 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

A análise envoltória de dados (DEA – *data envelopment analysis*) surgiu a partir do trabalho de Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, que, na tentativa de comparar a eficiência educacional de escolas que diferiam entre si, por terem ou não aderido a uma nova proposta de ensino. Rhodes, então doutorando orientado por Charnes e Cooper, baseou-se no trabalho de Farrel (1957), propondo uma metodologia matemática para comparar a eficiência de Unidades Tomadoras de Decisão (DMU – *Decison making units*), - como uma escola -, em sistemas onde era impossível determinar o peso que cada variável exercia sobre o resultado.

Este método matemático, calcula as eficiências das DMU's de forma comparativa, atribuindo eficiência máxima (100%), para a unidade mais produtiva e determinando as eficiências das demais comparando-a com a unidade mais produtiva, sendo que a

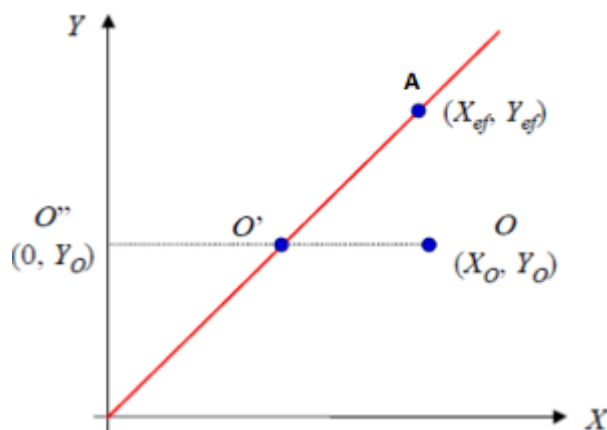
eficiência destas unidades, seria exatamente o percentual da produtividade da DMU mais produtiva que tal unidade conseguiu alcançar.

Para resolver o problema da incapacidade de atribuição de pesos específicos para cada uma das variáveis de *input* e *output*, Charnes *et al.* (1978) resolveram fazê-lo por maximização. Ou seja, cada DMU receberia os pesos que lhe fossem mais convenientes, portanto, um valor que iria maximizar a sua eficiência. Deste modo, qualquer DMU ineficiente, seria ainda mais ineficiente em quaisquer novas configurações, tornando o resultado de sua ineficiência incontestável – na perspectiva da análise envoltória de dados – quando comparada com a DMU *benchmark*.

Uma das premissas fundamentais da DEA, é trabalhar com DMU's homogêneas, ou seja, DMU's que utilizam os mesmos insumos para gerar os mesmos produtos, diferindo-se, contudo, nas quantidades de insumos utilizados e nas quantidades de produtos gerados. No desenvolvimento inicial da DEA, Charnes *et al.* (1978) propuseram um método que tinha como uma de suas características, considerar retornos constantes de escala. O nome do método ficou conhecido como CCR, em homenagem a seus criadores (Charnes, Cooper e Rhodes), ou por VRS (*variable returns to scale*), devido à sua principal característica.

Na Figura 1 abaixo, encontra-se a representação gráfica do modelo.

Figura 1: Fronteira de eficiência



Fonte: adaptado de Mello *et al.* (2005)

Na Figura 1, percebe-se facilmente que a unidade “A” possui a maior produtividade, uma vez que a produtividade é dada pela razão *outputs* (eixo y) pelos *inputs* (eixo x)

$$Produtividade = \frac{output}{input}$$

A fronteira de eficiência é dada por uma reta que parte da origem simetricamente entre os eixos X e Y, posto que à DMU com maior produtividade sempre será atribuído a eficiência máxima (100% ou 1).

A Figura 1, demonstra também que a unidade “O” é uma unidade ineficiente, pois está abaixo da fronteira de eficiência. Percebe-se, implicitamente que, traçando-se uma reta partindo da origem que passe pelo ponto “O”, ela terá um coeficiente angular menor do que a unidade “A”, que será exatamente a razão *output/input*.

Para que a unidade “O” se torne eficiente, terá de ser projetada na fronteira diminuindo seus *inputs* mantendo constante seus *outputs* ou, aumentar seus *outputs* mantendo constante seus *inputs*. No primeiro caso, se diz que o modelo é orientado aos *inputs*, no segundo caso, que é orientado aos *outputs*. Na Figura 1, o ponto O', representa a projeção de “O” na fronteira eficiente através da redução dos *inputs*.

No caso de cálculo da produtividade com múltiplos *outputs* e *inputs*, onde se possa determinar o peso de cada variável, basta calcular a média ponderada da razão *output/input*, conforme Equação 2 abaixo:

$$M_p = \frac{x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n}{p_1 + p_2 + p_n}$$

Como na DEA não se pode determinar previamente o peso das variáveis, conforme citado anteriormente, os pesos são calculados por maximização, através de um problema de programação linear (PPL). Neste caso, criou-se o conceito de *output* e *input* virtuais, que nada mais são, que a multiplicação dos *outputs* e *inputs* reais, pelos seus pesos virtuais, que são calculados para maximizar o valor da produtividade. Tal raciocínio, resulta no seguinte problema de programação linear:

$$Max\ Eff0 = \frac{\sum_{r=1}^m \mu_r \cdot \mu_{r0}}{\sum_{j=1}^n \omega_i \cdot \omega_{i0}}$$

Sujeito a

$$\frac{\sum_{r=1}^m \mu_r \cdot \mu_{rj}}{\sum_{j=1}^n \omega_i \cdot \omega_{ij}} \leq 1$$

Onde $j=1, \dots, 0 \dots H$

$\mu_i, \omega_j \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, m \text{ e } i = 1, \dots, n$

Tal modelo, encontra dificuldades em ser resolvido em uma PPL, por tratar-se de um modelo fracionário, surgindo, portanto, a necessidade de linearizar o modelo. Charnes *et al.* (1978) resolveram maximizar a produtividade somente dentro do universo onde o

input virtual somasse a unidade. Implementando-se tal restrição no modelo anterior, a PPL passa a ser representada por

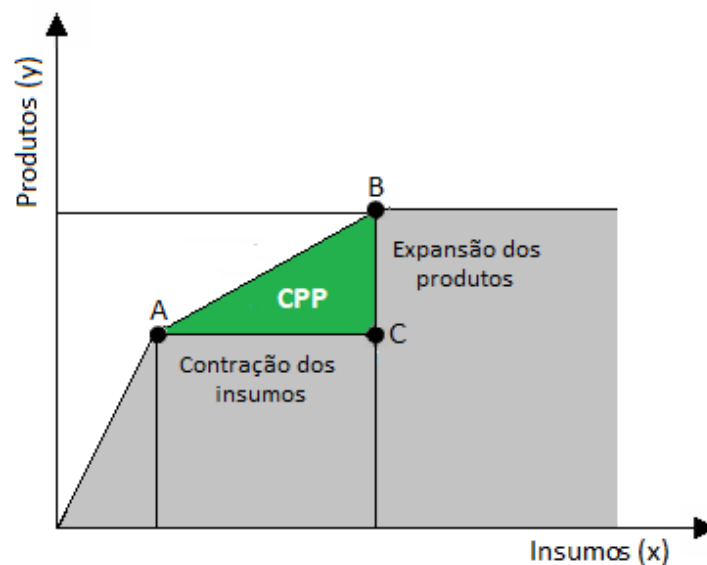
$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_o &= \sum_{j=1}^s u_j y_{jo} \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{i=1}^r v_i x_{io} &= 1 \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \forall k \\ v_i, u_j &\geq 0, \forall i, j \end{aligned}$$

No modelo CCR, uma DMU ineficiente pode ser projetada de um extremo a outro da fronteira de eficiência, sempre obedecendo à proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*, que variam de forma diretamente proporcional. Na DEA tais implicações são conhecidas como axioma da proporcionalidade.

Na prática a maioria das organizações apresentam retornos variáveis de escala, seja ele crescente ou decrescente. No intuito de avaliar a escala de operação no cálculo das eficiências, Banker, Charnnes e Cooper (1984) propuseram o modelo BCC, sigla criada em homenagem a seus criadores, ou modelo VRS (*variable return to scale*) em virtude de sua principal característica.

No modelo BCC, o axioma da proporcionalidade foi substituído pelo axioma da convexidade, melhor ilustrado na Figura 2 a seguir.

Figura 2: Conjunto de possibilidades de produção



Fonte: próprios autores

No modelo BCC o axioma da convexidade impede que uma DMU se expanda indefinidamente na fronteira de eficiência, sendo restrita a ser projetada na área convexa compreendida entre as retas que formam uma possível redução de *inputs* com um possível aumento de *outputs* e a fronteira de eficiência, caracterizando assim, o retorno variável de escala. A área convexa em que uma determinada DMU pode ser projetada denomina-se Conjunto de Possibilidades de Produção, representado pela sigla CPP na figura acima. Como clubes de futebol não apresentam retornos variáveis de escala, este referencial teórico não aprofundar-se-á nas definições do modelo BCC.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa caracteriza-se quanto aos fins como aplicada, pois utiliza-se de técnicas científicas aplicada a clubes de futebol no intuito de identificar possíveis relações entre variáveis. Quanto aos meios classifica-se como estudo de caso, pois analisará um caso particular utilizando-se de dados reais. Quanto aos procedimentos, caracteriza-se como quantitativa, pois busca traduzir em números informações coletadas em um banco de dados que podem ser tratados com técnicas estatísticas. (GIL, 2008; SILVA, 2006).

A metodologia utilizada para calcular o desempenho dos clubes será a Análise Envoltória de Dados, aplicando-se o modelo DEA-CCR orientado aos *outputs*.

Os dados serão coletados no banco de dados do portal Auto Esporte pertencente ao grupo Globo de comunicação.

O modelo DEA-CCR será aplicado em dois conjuntos de variáveis diferentes.

No primeiro cenário, as variáveis de *input* escolhidas para integrarem este trabalho foram:

- média de roubadas de bola por partida (RB)
- média de assistências por partida (ASS)
- número médio de finalizações por partida (FIN)

No segundo cenário escolheu-se como variáveis de *input* as seguintes médias por partida:

- Defesas difíceis (DF)
- Finalizações certas (FC).

Nos dois cenários, as variáveis de *output* foram:

- Número de gols marcados (GM)
- O inverso do número de gols sofridos (1/GF)

Após criação do banco de dados, será aplicada a técnica DEA-CCR no intuito de obter um *rank* da eficiência dos clubes.

Por fim, o *rank* obtido será comparado com a classificação final do campeonato no intuito de verificar se são completamente divergentes ou se houve convergência entre as classificações.

Para este estudo foi considerado os dados das 20 equipes do campeonato de 2017, por ser a última edição concluída da competição.

4. RESULTADOS

Este é o primeiro estudo no Brasil que utiliza a DEA para avaliar a eficiência de clubes de futebol na perspectiva de sua capacidade técnica. Trabalhos anteriores utilizaram a DEA para medir a eficiência financeira dos clubes. Também não foram encontrados trabalhos correlatos nas plataformas *Science Direct* e *Scopus*. Neste estudo aplicou-se a análise envoltória de dados no modelo CCR para obtenção do *rank* dos clubes, tendo por critério discriminador a eficiência, que resulta de sua capacidade técnica em transformar atributos qualitativos na capacidade de fazer gols e não sofrer gols.

Conforme salientado anteriormente, o banco de dados deste trabalho foi formado a partir de informações coletadas no portal de notícias Auto Esporte, sendo possível apurar os dados contidos na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Variáveis do 1º modelo

CLUBES	INPUTS			OUTPUTS	
	RB	FIN	ASS	GM	1/GF
ATLÉTICO - GO	14,97	12,13	0,63	1	0,68
ATLÉTICO - MG	14	12,68	1	1,37	0,78
ATLÉTICO - PR	11,32	11,74	0,76	1,13	0,88
AVAI - SC	14,34	10,58	0,47	0,76	0,79
BAHIA - BA	16,97	13,03	0,92	1,29	0,79
BOTAFOGO - RJ	16,05	11,53	0,92	1,18	0,9
CHAPECOENSE - SC	12,45	12,95	0,89	1,24	0,78
CORINTHIANS - SP	12,97	12,34	1	1,32	1,27
CORITIBA - PR	14,47	11,32	0,68	1,08	0,75
CRUZEIRO - MG	13,92	13,66	0,87	1,21	0,97
FLAMENGO - RJ	15,84	14,61	0,87	1,29	1
FLUMINENSE - RJ	14,34	11,92	0,76	1,24	0,72
GRÊMIO - RS	15,05	11,82	0,87	1,45	1,05
PALMEIRAS - SP	14,84	13,66	1,13	1,55	0,85
PONTE PRETA - SP	13,34	11,66	0,53	0,92	0,73
SANTOS - SP	13,13	11,03	0,84	1,08	1,19
SÃO PAULO - SP	14,76	12,21	0,79	1,24	0,78
SPORT - PE	17,26	12,68	0,87	1,18	0,65
VASCO DA GAMA - RJ	14,47	12,71	0,76	0,95	0,81
VITÓRIA - BA	13,76	12,71	0,92	1,32	0,65

Fonte: próprios autores

Estes foram os resultados apresentados pelas 20 equipes que disputaram o campeonato em 2017, resultando na seguinte classificação final, conforme Tabela 2 a seguir.

Tabela 2: Classificação campeonato brasileiro de 2017

Rank		Clube	Pontos
1º		CORINTHIANS - SP	72
2º		PALMEIRAS - SP	63
3º		SANTOS - SP	63
4º		GRÊMIO - RS	62
5º		CRUZEIRO - MG	57
6º		FLAMENGO - RJ	56
7º		VASCO DA GAMA - RJ	56
8º		CHAPECOENSE - SC	54
9º		ATLÉTICO - MG	54
10º		BOTAFOGO - RJ	53
11º		ATLÉTICO - PR	51
12º		BAHIA - BA	50
13º		SÃO PAULO - SP	50
14º		FLUMINENSE - RJ	47
15º		SPORT - PE	45
16º		VITÓRIA - BA	43
17º		CORITIBA - PR	43
18º		AVAI - SC	43
19º		PONTE PRETA - SP	39
20º		ATLÉTICO - GO	36

Fonte: CBF (2017)

Calculando-se a eficiência final dos clubes com base nas variáveis descritas acima para o primeiro cenário, por meio da técnica DEA-CCR orientada aos *outputs*, tem-se como retorno o seguinte *rank* de eficiência, demonstrado na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3: Eficiências calculadas pela DEA-CCR

Clube	Eficiência
CORINTHIANS - SP	1
PALMEIRAS - SP	1
SANTOS - SP	1
GRÊMIO - RS	1
ATLÉTICO - PR	1
AVAI - SC	1
PONTE PRETA - SP	1
CHAPECOENSE - SC	0,974393
FLUMINENSE - RJ	0,970911
VITÓRIA - BA	0,956002
ATLÉTICO - MG	0,955977
CORITIBA - PR	0,938765
SÃO PAULO - SP	0,934945
ATLÉTICO - GO	0,926475
FLAMENGO - RJ	0,910025
CRUZEIRO - MG	0,900006
BOTAFOGO - RJ	0,854114
BAHIA - BA	0,838917
SPORT - PE	0,809844
VASCO DA GAMA - RJ	0,798326

Fonte: próprios autores

O Tabela 4, estabelece o comparativo entre a classificação real e o *rank* gerado pela técnica DEA-CCR orientado aos *outputs*.

Tabela 4: Comparação entre a classificação real e o modelo DEA-CCR

Classificação real			Classificação DEA-CCR		
Rank	Clube	Pontos	Rank	Clube	Eficiência
1º	CORINTHIANS - SP	72	1º	CORINTHIANS - SP	1
2º	PALMEIRAS - SP	63	2º	PALMEIRAS - SP	1
3º	SANTOS - SP	63	3º	SANTOS - SP	1
4º	GRÊMIO - RS	62	4º	GRÊMIO - RS	1
5º	CRUZEIRO - MG	57	5º	ATLÉTICO - PR	1
6º	FLAMENGO - RJ	56	6º	AVAI - SC	1
7º	VASCO DA GAMA - RJ	56	7º	PONTE PRETA - SP	1
8º	CHAPECOENSE - SC	54	8º	CHAPECOENSE - SC	0,974393
9º	ATLÉTICO - MG	54	9º	FLUMINENSE - RJ	0,970911
10º	BOTAFOGO - RJ	53	10º	VITÓRIA - BA	0,956002
11º	ATLÉTICO - PR	51	11º	ATLÉTICO - MG	0,955977
12º	BAHIA - BA	50	12º	CORITIBA - PR	0,938765
13º	SÃO PAULO - SP	50	13º	SÃO PAULO - SP	0,934945
14º	FLUMINENSE - RJ	47	14º	ATLÉTICO - GO	0,926475
15º	SPORT - PE	45	15º	FLAMENGO - RJ	0,910025
16º	VITÓRIA - BA	43	16º	CRUZEIRO - MG	0,900006
17º	CORITIBA - PR	43	17º	BOTAFOGO - RJ	0,854114
18º	AVAI - SC	43	18º	BAHIA - BA	0,838917
19º	PONTE PRETA - SP	39	19º	SPORT - PE	0,809844
20º	ATLÉTICO - GO	36	20º	VASCO DA GAMA - RJ	0,798326

Fonte: adaptado de CBF (2017)

A análise do cenário acima demonstra que o modelo previu com precisão a posição dos clubes que integraram, originalmente, as primeiras posições da classificação real do campeonato de 2017, a saber, os clubes Corinthians, Palmeiras, Santos e Grêmio, além de prever com precisão a posição dos clubes Chapecoense (8º colocado) e São Paulo (13º colocado).

Todavia, clubes que integraram as últimas posições do campeonato, como Avaí e Ponte Preta, também figuraram entre os clubes eficientes do campeonato, além do Atlético Paranaense que, embora tenha terminado o campeonato em uma posição intermediária, também foi calculado como clube eficiente.

No segundo cenário testado, foi considerado como variáveis de *input*, o número de finalizações certas e a quantidade de defesas difíceis e como *outputs*, gols marcados e o inverso do número de gols sofridos, como demonstrado na Tabela 5.

Tabela 5: Variáveis do 2º modelo

CLUBES	INPUTS		OUTPUTS	
	FC	DF	GM	1/G S
ATLÉTICO - GO	4	1,79	1	0,680272
ATLÉTICO - MG	4,55	1,76	1,37	0,775194
ATLÉTICO - PR	4,47	1,32	1,13	0,884956
AVAI - SC	3,21	2,11	0,76	0,793651
BAHIA - BA	4,94	1,89	1,29	0,793651
BOTAFOGO - RJ	3,97	1,71	1,18	0,900901
CHAPECOENSE - SC	4,79	1,13	1,24	0,775194
CORINTHIANS - SP	4,61	1,11	1,32	1,265823
CORITIBA - PR	4,53	2,05	1,08	0,746269
CRUZEIRO - MG	4,89	1,34	1,21	0,970874
FLAMENGO - RJ	4,89	1,18	1,29	1
FLUMINENSE - RJ	4,68	1,24	1,24	0,719424
GRÊMIO - RS	5	1,18	1,45	1,052632
PALMEIRAS - SP	4,79	1,76	1,55	0,847458
PONTE PRETA - SP	3,92	1,66	0,92	0,729927
SANTOS - SP	4,21	2,26	1,08	1,190476
SÃO PAULO - SP	4,26	1,66	1,24	0,775194
SPORT - PE	4,68	1,45	1,18	0,653595
VASCO DA GAMA - RJ	4,18	1,29	0,95	0,806452
VTÓRIA - BA	4,29	1,74	1,32	0,653595

Fonte: próprios autores

Os resultados do modelo DEA-CCR orientado aos *outputs* encontra-se na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6: Comparação entre a classificação real e o modelo DEA-CCR

Classificação real			Classificação DEA-CCR		
Rank	Clube	Pontos	Rank	Clube	Eficiência
1º	CORINTHIANS - SP	72	1º	CORINTHIANS - SP	1
2º	PALMEIRAS - SP	63	2º	PALMEIRAS - SP	1
3º	SANTOS - SP	63	3º	SANTOS - SP	1
4º	GRÊMIO - RS	62	4º	GRÊMIO - RS	1
5º	CRUZEIRO - MG	57	5º	BOTAFOGO - RJ	0,981373
6º	FLAMENGO - RJ	56	6º	VITÓRIA - BA	0,950868
7º	VASCO DA GAMA - RJ	56	7º	ATLÉTICO - MG	0,936099
8º	CHAPECOENSE - SC	54	8º	SÃO PAULO - SP	0,921794
9º	ATLÉTICO - MG	54	9º	FLAMENGO - RJ	0,909117
10º	BOTAFOGO - RJ	53	10º	CHAPECOENSE - SC	0,893012
11º	ATLÉTICO - PR	51	11º	FLUMINENSE - RJ	0,89091
12º	BAHIA - BA	50	12º	AVAI - SC	0,884046
13º	SÃO PAULO - SP	50	13º	ATLÉTICO - PR	0,839518
14º	FLUMINENSE - RJ	47	14º	CRUZEIRO - MG	0,833379
15º	SPORT - PE	45	15º	BAHIA - BA	0,824433
16º	VITÓRIA - BA	43	16º	SPORT - PE	0,816323
17º	CORITIBA - PR	43	17º	ATLÉTICO - GO	0,805143
18º	AVAI - SC	43	18º	PONTE PRETA - SP	0,781748
19º	PONTE PRETA - SP	39	19º	CORITIBA - PR	0,770311
20º	ATLÉTICO - GO	36	20º	VASCO DA GAMA - RJ	0,769332

Fonte: adaptado de CBF (2017)

Percebe-se que, neste segundo cenário aumentou-se o grau de discriminação das DMU's, reduzindo de sete para quatro os clubes eficientes. Mais uma vez, o modelo foi preciso ao calcular a posição dos quatro primeiros colocados do campeonato e, desta vez, calculou corretamente três dos quatro últimos colocados, entre eles, Avaí e Ponte Preta, que no cenário anterior, haviam sido calculados como clubes eficientes. Este novo modelo também devolveu o clube Atlético Paranaense, antes calculado como eficiente, às posições intermediárias do campeonato (13º), bem próximo de sua classificação real (11º). Ainda existem bastante discrepâncias entre o real e o observado, embora tenham diminuído fortemente em relação ao cenário anterior.

5. DISCUSSÃO

Nesta etapa será realizada a interpretação dos resultados obtidos no intuito de gerar inferências válidas que ajudem a elucidar o problema proposto por este trabalho.

5.1 ANÁLISE DO PRIMEIRO CENÁRIO

Um dos primeiros problemas identificados no primeiro modelo, foi o seu baixo grau de discriminação. Entre as 20 DMU's analisadas, mais de um terço foi calculado como eficiente. De fato, o modelo DEA é sensível ao número de variáveis consideradas.

Modelos com muitas variáveis tendem a fornecer maior quantidade de soluções matemáticas que maximizam a eficiência do sistema. Uma das formas de contornar estes resultados, seria através da atribuição de restrições aos pesos, não permitindo que estes sejam sub ou sobre dimensionados.

A análise dos pesos atribuídos pelo modelo demonstra que, no caso do clube Atlético Paranaense, o modelo atribuiu peso zero à variável de *input* “roubadas de bola” e à variável de *output* “gols sofridos” (o inverso). Quando é analisado os valores desempenhados pelo clube no campeonato em relação a estas variáveis, verifica-se que este clube foi o sétimo time que mais sofreu gols e o clube que mais roubou bolas no campeonato. A eliminação destas variáveis, contribui assim para maximização de sua eficiência.

A maximização da produtividade pode se dar pelo aumento dos *outputs* ou redução do consumo de *inputs*. Neste estudo, a variável roubada de bola, foi considerado um *input*, que foi altamente utilizado pela DMU Atlético Paranaense. Quando um recurso que foi altamente utilizado é desconsiderado do cálculo, obviamente, sua produtividade tende a aumentar.

Quanto ao clube Ponte Preta, a variável de *output* “1/Gols Sofridos” e as variáveis de *input* “Roubadas de Bola” e “Finalizações” foram completamente desconsideradas (a única DMU nesta situação), o que explica sua alta produtividade e, consequentemente, alta eficiência.

Embora deficiências como as apresentadas possam ser mitigadas pela atribuição de restrições aos pesos, este processo carece na maioria das vezes da participação de especialistas, correndo-se ainda o risco de inviabilizar todo o modelo através da criação de vieses. A DEA com restrição aos pesos não é objeto de estudo deste trabalho.

5.2 ANÁLISE DO SEGUNDO CENÁRIO

Neste segundo cenário observou-se uma melhoria expressiva da capacidade do modelo em prever a colocação final dos clubes no campeonato.

Uma das explicações encontradas reside sobre o fato de que com a diminuição do número de variáveis resultou-se em um maior grau de discriminação das DMUs. O segundo fato foi a utilização da variável “Defesa Difícil”, posto que clubes que estão vencendo as partidas, geralmente, tendem a recuar e aguardar seu adversário no campo de defesa, o que pode conceder ao adversário maiores possibilidades de chutar a gol, logo, a

quantidade de defesas difíceis realizadas, representam melhor os clubes que estão em condições de vencer a partida. Tal raciocínio é reforçado pelas estatísticas sobre posse de bola do campeonato.

Levantamento realizado por Guilherme Marçal (2017), analista do Globo Esporte, demonstra que clubes com maior posse de bola tinham aproveitamento de apenas 33% nas partidas. Segundo Marçal, estes dados são reforçados pelo desempenho do líder do campeonato, o Corinthians, que até esta medição não havia perdido nenhuma partida. Seus piores resultados haviam sido três empates, ocorridos justamente, quando a equipe possuía maior posse de bola.

Tal fenômeno, ainda segundo Marçal (2017), ocorre devido à postura defensiva do time que está vencendo a partida e o comportamento ofensivo da equipe que está em desvantagem. O Gráfico 1 abaixo, demonstra o aproveitamento das equipes que possuíam maior posse de bola.

Figura 3: Desempenho dos clubes que tiveram maior posse de bola



Fonte: Marçal (2017)

A análise de Marçal (2017), demonstrou também que dois dos clubes classificados nas quatro primeiras posições do campeonato eram os que mais demoravam com o domínio da bola antes de fazer uma finalização, Corinthians e Santos. Isto, porque como geralmente, já estavam vencendo a partida, não tinham tanta necessidade de finalização, demonstrando assim que considerar a quantidade de finalizações como variável de *input* – como realizado no primeiro cenário simulado –, pode não explicar bem os resultados das partidas.

6. CONCLUSÃO

Embora muitos caracterizem o futebol como um esporte sem lógica, o estudo sugere que o resultado das partidas, dependem sim do desempenho qualitativo dos clubes em campo, fato comprovado especialmente, pelo segundo conjunto de variáveis utilizado. Todavia, as nuances para a análise destes dados são tantas, que leva a maioria das pessoas a considerar os resultados como frutos do acaso

A modelagem, utilizando a Análise Envoltória de Dados, mais precisamente, o modelo DEA-CCR orientado aos *outputs*, não foi completamente capaz de calcular a eficiência real dos clubes, embora tenha acertado os resultados nos dois extremos da tabela, que determina os clubes premiados e aqueles que serão penalizados com o rebaixamento para a segunda divisão. A posição dos clubes intermediários, com algumas exceções, oscilou neste último modelo em até três posições quando comparadas com a posição real.

Algumas melhorias precisam ser realizadas no modelo DEA-CCR para que este seja capaz de aumentar o grau de acuracidade nas mensurações, entre elas, a atribuição de restrições aos pesos, evitando que estes sejam sub ou sobre estimados. Todavia, tem-se de tomar os devidos cuidados para não inserir vieses no modelo e inviabilizar os resultados.

Conclui-se, portanto, que os resultados apresentados pelas equipes de futebol, estão intrinsecamente relacionados ao desempenho das equipes em campo, embora, nem sempre, este desempenho seja determinado pelas variáveis usualmente concebidas para isto, como posse de bola que, geralmente, demonstra que uma equipe está encontrando dificuldades para vencer a partida.

Sugere-se como trabalhos futuros, o cálculo das eficiências dos clubes utilizando restrições aos pesos calculados com o auxílio da técnica MACBETH, proposta por Bana e Costa *et al.* (1995).

CAPÍTULO V

APLICAÇÃO DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS PARA COMPARAR A CAPACIDADE DAS UNIDADES FEDERATIVAS BRASILEIRAS EM TRANSFORMAR RECURSOS FINANCEIROS EM MAIOR QUALIDADE DE VIDA

RESUMO

Para a OMS, o conceito de saúde vai muito além da simples ausência de afecções e doenças, mas complementa-se em um estado de completo bem-estar social, mental e físico. Desta forma, um dos melhores indicadores que avaliam o grau de saúde de uma população é o IDH. O objetivo deste trabalho foi avaliar a capacidade das unidades federativas (UF) brasileiras em transformarem seus recursos financeiros em maior qualidade de vida para os seus cidadãos. O modelo de Análise Envoltória de dados utilizado para realizar a comparação foi o BCC orientado aos *outputs*. Quanto aos recursos financeiros (*variáveis de input*), foram utilizados os investimentos *per capita* em educação, segurança e saúde e como variável de saída (*output*) foi utilizada a pontuação de IDH de cada UF. Concluiu-se que, embora os recursos financeiros estejam distribuídos com certa uniformidade entre as unidades federativas, elas demonstraram diferentes capacidades de transformarem estes recursos em maior qualidade de vida (IDH).

Palavras-Chave: Análise Envoltória de Dados, Saúde, Eficiência, IDH.

1. INTRODUÇÃO

A Constituição Federal Brasileira de 1988 em seu artigo 196 preconiza que a saúde é um direito de todos e um dever do Estado. Acrescenta ainda que ela deve ser “garantida mediante políticas sociais e econômicas que visem à redução do risco de doença e de outros agravos e ao acesso universal e igualitário às ações e serviços para sua promoção, proteção e recuperação” (CONSTITUIÇÃO FEDERAL BRASILEIRA, 1988). Mas, o que é saúde? A resposta a esta questão determina os parâmetros pelos quais o Estado deve se guiar para promovê-la.

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS) (1979), a saúde trata-se "(...) do estado do mais perfeito bem-estar físico, mental e social e não apenas a ausência de enfermidade e afecções". Tal definição foi publicada em sete de abril de 1948 influenciada pelos movimentos pós-segunda guerra mundial, que implicava a saúde como um direito de todos e dever do Estado (Scliar, 2007).

Tal definição remete o estado a uma gama de ações que vão muito além de “uma rede regionalizada e hierarquizada (que) constitui um sistema único, organizada de acordo com (determinadas) diretrizes”, como determina o artigo 198 da Constituição Federal Brasileira. Na verdade, a definição de saúde demonstra que todas as demais ações do Estado (educação, desenvolvimento econômico, preservação ambiental, distribuição de renda, redução da violência etc.) contribuem direta e indiretamente para a promoção da saúde da população.

Testes e levantamentos realizados por órgãos internacionais independentes, como BLOMBERG (2014) e PISA (2015), revelam que o Brasil ocupa as últimas posições no que concerne à qualidade do sistema de saúde e nível educacional. Quanto à desigualdade social, a questão não é muito diferente. A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2017, revelou que em 2016, o grupo que integra os 1% mais ricos do país teve um ganho médio 36 vezes maior do que a média das pessoas que integram os 50% mais pobres.

Os indicadores de violência são também fatores preocupantes no Brasil. Segundo dados do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas (IPEA) (2017), somente em 2016 ocorreram 62.517 homicídios no país. A média saltou de 1.441 homicídios por estado em 1996 para 2.315 em 2016.

O Brasil é uma república federativa, onde a responsabilidade pela segurança, estratégias de desenvolvimento, educação e preservação ambiental cabem em grande parcela – quando não integralmente – aos estados. Cada estado possui diferentes estratégias para combater o crime organizado, diferentes leis ambientais e métodos de fiscalização, diferentes estruturas educacionais e de saúde, apresentando resultados distintos nestas áreas.

Os esforços federais e estaduais que visam gerar maior bem-estar e qualidade de vida da população (saúde) são mensurados periodicamente pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) através do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), que avalia aspectos como Expectativa de Vida, Distribuição de Renda e Índice Educacional (IDHMB, 2013).

Neste íterim, questiona-se: quais unidades federativas são mais eficientes na capacidade de transformar recursos financeiros em maior qualidade de vida e bem-estar (maior IDH)? Para responder a esta questão, esta pesquisa utiliza a Análise Envoltória de Dados (DEA) para comparar a eficiência dos estados, com o objetivo de identificar melhores práticas que possam ser adotadas por estados ineficientes e determinar quais são os novos patamares que cada variável do modelo adotado tem de atingir para que o estado tenha maior eficiência na gestão do erário público.

Esta pesquisa justifica-se pela importância da profissionalização da gestão das estruturas públicas, podendo a comunidade científica fornecer os subsídios necessários para que os gestores sejam capazes de tomarem decisões amparados em informações produzidas a partir da utilização do método científico, sendo que assim, possa obter maior sucesso na transformação dos recursos do povo para o bem-estar do povo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção será apresentado todo o referencial teórico que embasou este estudo.

2.1 CONCEITO DE SAÚDE E DE IDH

A saúde de um indivíduo envolve questões intrínsecas ao seu ser, podendo ser somente por ele validadas (Ferraz, 1997). Todavia, esforços vêm sendo feitos no intuito de encontrar uma definição para saúde de uma população, de forma que, a partir desta definição e análise dos indicadores pertencentes, pudesse se estabelecer direcionamentos para melhoria no padrão da saúde de um determinado núcleo populacional.

Críticas à definição proposta à saúde pela OMS podem ser encontradas em Ferraz (1997), que discute o subjetivismo do termo e a impossibilidade de mensuração do indicador. Ferraz (1997) salienta que a saúde coletiva é mensurada por indicadores externos e que, utilizá-los para calcular “bem-estar” e “perfeição” está se externando ao indivíduo algo que lhe é intrínseco, dando vida própria a termos como a perfeição (indefinível por si, segundo o autor) e bem-estar.

Scilar (2007) continua a discussão observando que o conceito de saúde está intimamente relacionado à conjuntura social, econômica, política e cultural e um povo, ou seja, pode não ter o mesmo sentido ao mesmo tempo para pessoas distintas, posto que isto depende da época, do lugar, da classe social e dos valores defendidos pelo sujeito avaliado.

Almeida (2000) reforça as críticas ao afirmar que “nem todos os sujeitos sadios acham-se isentos de doença” e “nem todos os isentos de doença são sadios”. Complementa afirmando que, na prática, não raramente identificam-se indivíduos ativos, sociais e profissionalmente produtivos, sem limitação funcional ou sofrimento, mas portadores de doença, demonstrando por vezes, quadros profundamente sintomáticos. E há indivíduos infectados e com comprometimentos incapacitantes sem qualquer manifestação de doença.

Dadas as controvérsias, Azevedo (2018) argumenta que desde os primórdios da existência humana, questiona-se sobre a origem da vida, as razões da existência e o que é ter saúde. E sugere que todo profissional da área deva refletir sobre o que é saúde e como o desempenho de sua função poderia promovê-la.

Definições que quantificam o estado de bem-estar individual podem ser encontradas em Albuquerque e Tróccoli (2004), que explicarão a definição do Bem-Estar Subjetivo (BES). O BES trata-se de um estudo científico da felicidade, que, apesar de discordâncias teóricas relativas aos conceitos do BES, fundamenta-se em duas dimensões: satisfação com a vida e afetos positivos e negativos.

Azevedo (2018) salienta que em 1986 foi realizada em Brasília a VIII Conferência Nacional de Saúde, que propôs o conceito ampliado de saúde, definindo-a como resultante de indicadores que apurassem as condições de alimentação, questões educacionais e habitacionais, nível de renda, preservação do meio ambiente, condições de trabalho, transporte e lazer, além de existência de emprego e liberdade, bem como acesso aos serviços de saúde.

Esta definição converge com a afirmação de Albuquerque e Tróccoli (2004), que um BES elevado inclui frequentes experiências emocionais positivas, com raras manifestações emocionais negativas como depressão e ansiedade patológica, além de externar satisfação com a vida em seus diversos aspectos, em sua plenitude. Estes autores afirmam ainda que a impressão que as pessoas têm destas características oscilam com o tempo, de forma que a satisfação com a vida não é apenas uma construção multidimensional, mas também dinâmica, sem implicar, contudo, na instabilidade do fenômeno. Tal argumento nasce da consideração que as oscilações momentâneas não obscurecem a forma mais estável com que a pessoa julga sua própria vida.

Sendo, portanto, a saúde fruto desta amplitude de interações do indivíduo com aspectos da vida em seu cotidiano, é forçoso reconhecer que os aspectos sociais como violência urbana (ainda que, não tenha atingido o indivíduo diretamente, pode lhe acarretar stress, medo e ansiedade, comprometendo seu bem-estar mental), poluição do meio ambiente, lazer e educação são fundamentais para aferir o nível de saúde de uma população.

A partir desta amplificação objetiva do conceito de saúde, diversas técnicas têm sido empregadas (além da BES) no intuito de mensurar a saúde ou bem-estar de uma população, entre elas o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH).

Kayano e Caldas (2001) afirmam que a partir do IDH pode-se aferir aspectos sociais, econômicos e de qualidade de vida, apesar de suas limitações em apresentar a complexidade da vida humana e suas nuances.

Lourenço e Romero (2002) reforçam que o IDH determina o nível de atendimento das necessidades humanas básicas. O IDH é calculado a partir de aspectos relevantes para o bem-estar de um indivíduo: expectativa de vida, acesso a boa educação e dignidade humana relativa a seu padrão de vida. Todos estes quesitos são estimados a partir de indicadores específicos, como longevidade média, nível de instrução e nível de renda.

Para o aspecto renda, adota-se um procedimento de estimação mais complexo, conforme elucidado Guimarães e Martino (2005). A partir do momento em que se adota apenas a produção interna bruta de um país em dólares e divide-se pelo tamanho da população, faz-se com que flutuações cambiais momentâneas tenham forte impacto sobre o indicador. Portanto, para comparar o rendimento médio de países com câmbio flutuante, é necessário avaliar a capacidade de compra destes indivíduos. Por esse motivo, ao invés de simplesmente adotar a taxa média, expressa-se o fator renda pela Paridade do Poder de Compra (PPC).

Lourenço e Romero (2002) explicam que a metodologia de cálculo utiliza os índices, Esperança de vida ao nascer; Nível educacional - ponderação entre alfabetização adulta (2/3) com a combinação das taxas de escolaridade do primário, secundário e superior (1/3) e Paridade do Poder de Compra.

Estes índices são normalizados por meio de uma interpolação linear, em uma escala que vai de 0 a 1, gerando o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) por meio da Equação 1 a seguir.

$$\text{Índice} = \frac{\text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}}{\text{Valor observado} - \text{Valor mínimo}} \quad (1)$$

O (PNUD) classificou os países analisados em três categorias:

Baixo desenvolvimento - IDH menor que 0,5;

Médio desenvolvimento - IDH entre 0,5 e 0,8; e

Alto desenvolvimento - IDH superior a 0,8.

2.2 O IDH BRASILEIRO

Nesta etapa será discutido o Índice de Desenvolvimento Humano em suas três dimensões: Longevidade, Educação e Renda.

2.2.1 IDHM LONGEVIDADE

Pesquisa do IDHMB (2013) ressalta que a promoção do desenvolvimento humano requer que seja garantida à população a oportunidade de viver uma vida longa com qualidade de vida. Para este propósito, é necessário estabelecer um ambiente saudável, acesso a um tratamento de saúde de qualidade e evitar exposições a doenças.

No cálculo do Índice de Desenvolvimento Municipal (IDHM), a expectativa de vida ao nascer é calculada partir de informações disponíveis de registros e centros demográficos. A pesquisa do IDHMB (2013) esclarece ainda que este indicador sintetiza aspectos como o nível de mortalidade e os riscos de morte que podem atingir a população dos municípios, refletindo, portanto, as condições socioeconômicas das populações.

Desta forma, torna-se explícito que situações adversas como poluição, ausência de saneamento básico (exposição a doenças) e violência urbana contribuem diretamente para a redução da expectativa de vida da população.

Segundo a IDHMB (2013), o IDHM Longevidade do Brasil subiu de 0,662, em 1991, para 0,727, em 2000, atingindo a marca de 0,816 em 2010. A variação absoluta foi de

0,154 entre os anos de 1991 a 2010, correspondendo a um aumento de 9,2 anos na esperança de vida ao nascer dos brasileiros nos últimos vinte anos. Todavia, este crescimento não ocorre de forma homogênea em todo território nacional. Dados do IBGE (2017) mostram que entre a maior e a menor expectativa de vida existe uma diferença de 9 anos. O Estado com menor esperança de vida ao nascer (Maranhão) demonstra números próximos à média brasileira no ano 2000.

A Figura 1 a seguir retrata a distribuição do IDHM pelas regiões brasileiras.

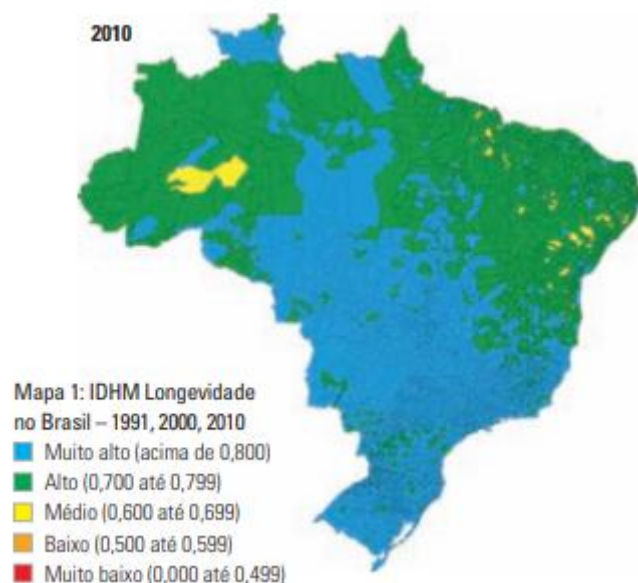
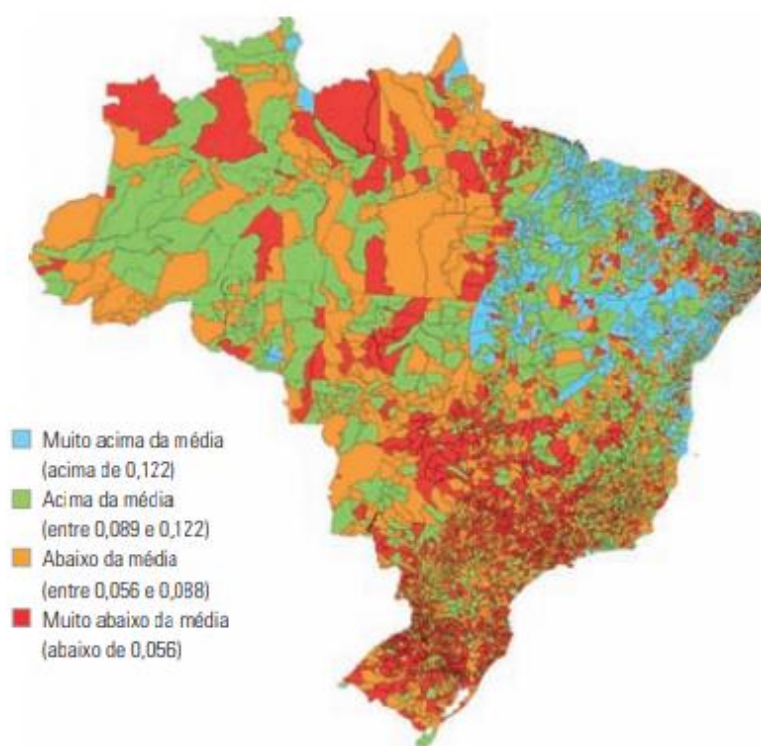


Figura 18: IDHM Longevidade no Brasil - 1991, 2000, 2010. Fonte: IDHMB (2013)

Percebe-se através do mapa que poucas regiões localizadas especialmente no norte e nordeste não atingiram a marca de 0,7 no indicador. A maioria dos municípios do território brasileiro situou-se na marca considerada “Muito alto”, com IDHM acima de 0,8.

Todavia, o crescimento do IDHM nos anos anteriores à medição ocorreu abaixo da média, conforme evidenciado pela Figura 2 a seguir.

Figura 19: Evolução Do IDHM Longevidade A Partir Da Média De Crescimento Brasileira Para 2000 E 2010.



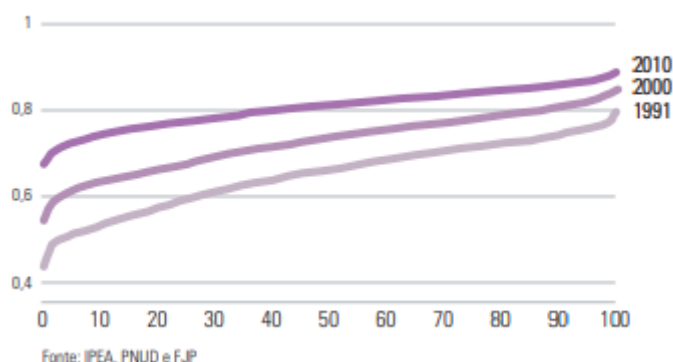
Fonte: IDHMB (2013)

Observa-se através do mapa que o maior crescimento do PIB ocorreu nas regiões norte e nordeste, enquanto nas regiões sudeste e sul predominaram crescimentos abaixo da média e muito abaixo da média, demonstrando tendência de homogeneização do indicador em território nacional.

O IDHMB (2013) constatou que o crescimento de 9,2 anos ocorrido na expectativa de vida ao nascer no Brasil entre 1991 e 2010 ocorreu em maior intensidade entre o período entre 1991 e 2000 com 5,3 anos, contra um crescimento de 3,9 anos entre os anos 2000 e 2010. Neste período, 28,8% dos municípios brasileiros cresceram muito abaixo da média enquanto 31,7% cresceram abaixo da média; 27,7% cresceram acima da média e apenas 12,5% o crescimento foi muito acima da média.

O gráfico da distribuição do IDHM entre 1991/2010 demonstra a horizontalização da linha ao longo do tempo, conforme demonstrado na Figura 3 a seguir.

Figura 20: Distribuição Do IDHM Longevidade – 1991/2010.



Fonte: IDHMB (2013)

Esta horizontalização demonstra a redução da disparidade do IDHM longevidade entre os municípios brasileiros.

2.2.2 IDHM EDUCAÇÃO

O acesso ao conhecimento é fundamental para direcionar as escolhas das pessoas. Ninguém é livre sem conhecimento, portanto, configura-se como uma basilar para o bem-estar e essencial para o pleno exercício das liberdades individuais, da autonomia intelectual, ética e moral e, conseqüentemente, para a autoestima.

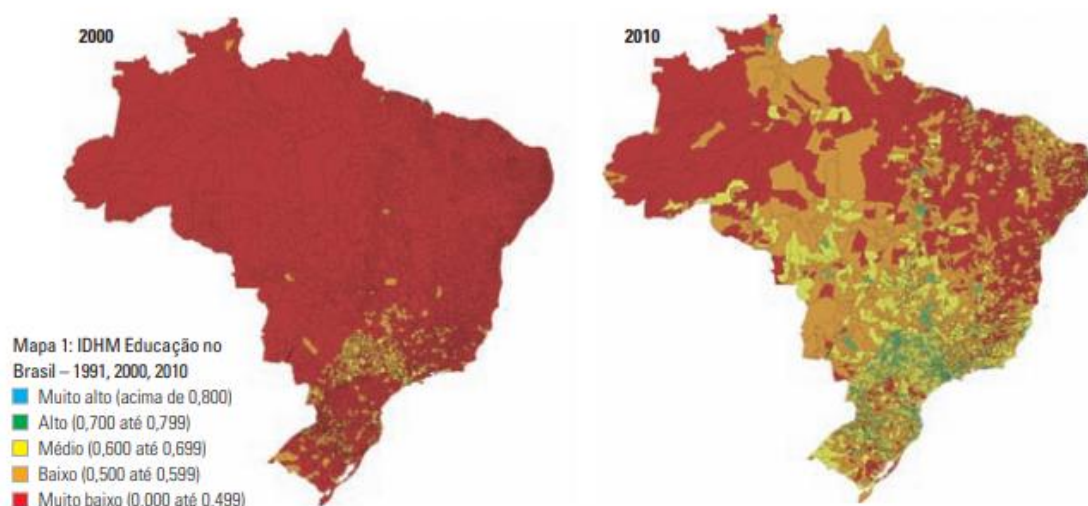
No IDHM, acesso a conhecimento é medido pela composição de dois subíndices: a escolaridade da população adulta e o fluxo escolar da população jovem. A primeira é mensurada pelo percentual de indivíduos acima de 18 anos com ensino fundamental completo. O segundo subíndice é mensurado pela média aritmética do percentual de crianças entre 5 e 6 anos que frequentam a escola regularmente; o percentual de adolescentes entre 11 e 13 anos frequentando os anos finais do ensino fundamental, o percentual de jovens entre 14 e 17 anos com ensino fundamental completo e do percentual de jovens de 18 a 20 anos com ensino médio completo (IDHMB, 2013).

O IDHM Educação brasileiro evoluiu de 0,279 no ano de 1991, para a marca de 0,456 em 2000, atingindo em 2010 o índice de 0,637. Em termos absolutos a variação foi de 0,358

entre os anos de 1991 a 2010. Estes números refletem dois importantes avanços na educação do país neste período: o acréscimo de 24,8% de pessoas acima de 18 anos com o ensino fundamental completo e o aumento de 0,418 no subíndice de fluxo escolar (IDHMB, 2013).

A Figura 4 a seguir reflete a evolução deste indicador no Brasil entre os anos de 2000 e 2010.

Figura 21: IDHM Educação no Brasil em 2000 e 2010.

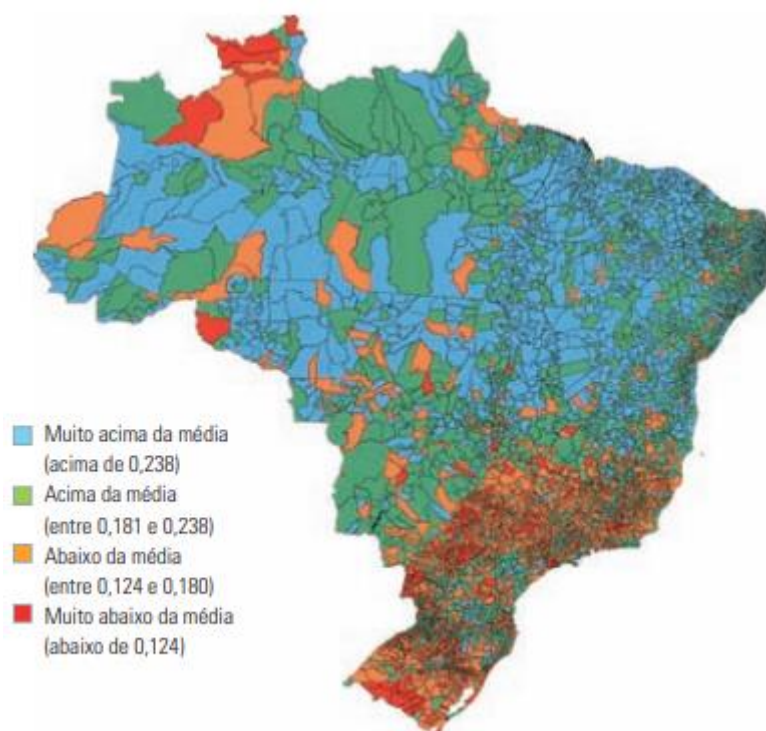


Fonte: IDHMB (2013)

Percebe-se claramente que, embora tenha havido crescimento em 2010 em relação ao ano 2000, os índices educacionais brasileiros (que são quantitativos e não qualitativos) ainda vigoram em sua grande maioria o “Muito baixo” e “Baixo” contribuindo assim para a redução do IDH médio nacional.

A Figura 5 a seguir apresenta o quadro geral do crescimento do IDHM educação em território nacional.

Figura 22: Evolução Do IDHM Educação A Partir Da Média De Crescimento Brasileira Para 2000 E 2010.



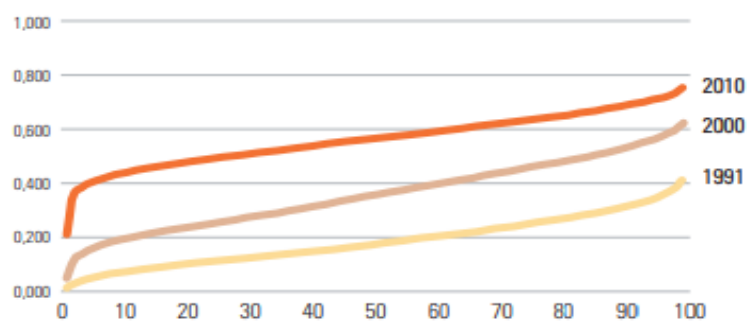
Fonte: IDHMB (2013)

A precariedade do indicador tem como atenuante o fato do crescimento ter sido acima e muito acima da média em maior parte do território brasileiro. Todavia, percebe-se certa estagnação nas regiões que apresentavam os “melhores” indicadores quando comparadas às demais. Esta estagnação se mostra preocupante quando se analisam os dados qualitativos do sistema educacional, que coloca o Brasil nas últimas posições no Rank da qualidade do ensino, conforme se pode apurar do resultado do teste PISA (2015).

Da Figura 5 observa-se que em 65% dos municípios brasileiros apresentaram crescimento acima da média nacional, concentrando-se especialmente nas regiões que possuíam os piores indicadores: Norte e Nordeste. Apenas 7,8% apresentaram crescimento muito abaixo da média, localizados essencialmente nas regiões Sudeste e Sul (IDHMB, 2013).

A Figura 6 a seguir demonstra que a amplitude e distância das linhas de distribuição são evidências do alto crescimento deste indicador entre 1991 e 2010. A tendência de horizontalização da linha em 2010, embora tímida representa um viés de homogeneização do indicador.

Figura 23: Distribuição Do IDHM Educação – 1991/2010.



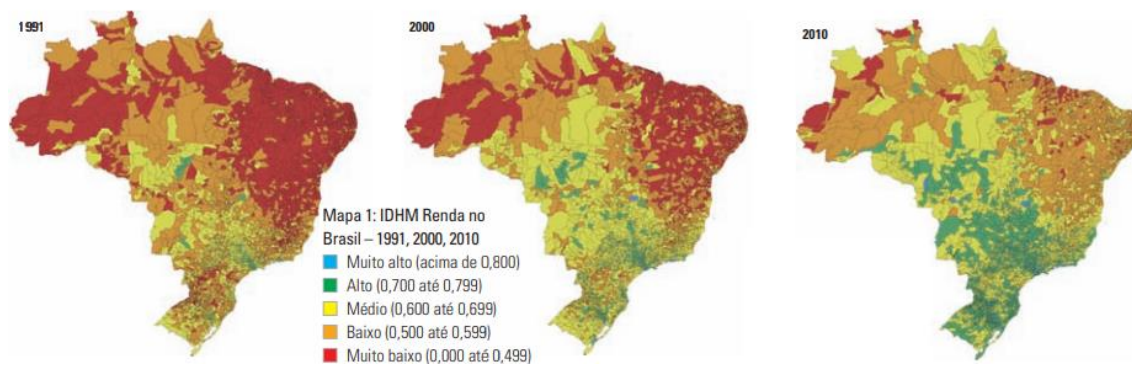
Fonte: IDHMB (2013)

2.2.3 IDHM RENDA

A Renda *per capita* é utilizada para indicar a capacidade média dos cidadãos de um município de adquirirem bens e serviços. Este indicador limita-se por não conseguir mensurar a distribuição deste indicador na população. Para medi-lo utiliza uma escala logarítmica que aproxima o menor do maior indicador de modo que, a partir de certo ponto, crescimentos no poder aquisitivo passa a não significar, necessariamente, maior desenvolvimento humano (IDHMB, 2013).

A Figura 7 a seguir apresenta a evolução deste indicador no Brasil.

Figura 24: IDHM Renda do Brasil – 1991, 2000 e 2010.

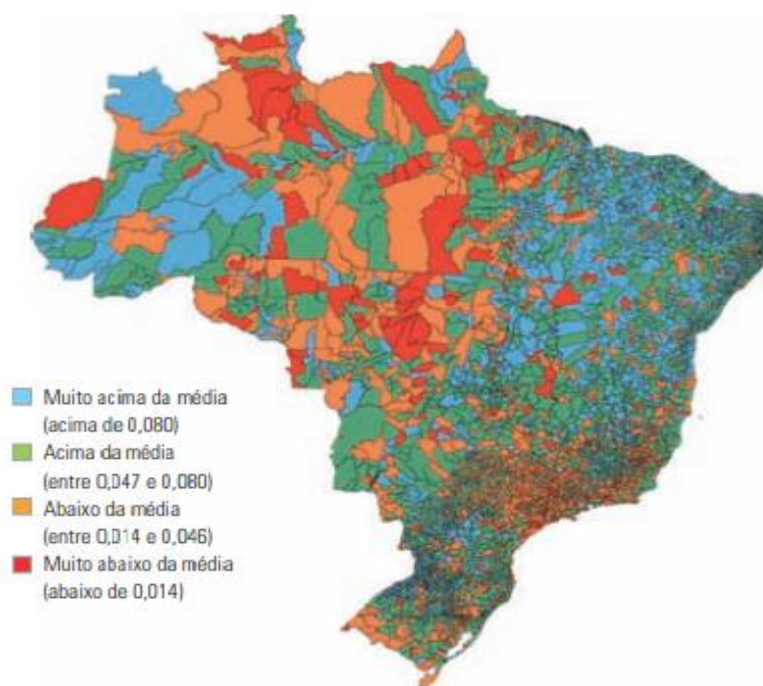


Fonte: IDHMB, 2013

O IDHM Renda do Brasil atingiu o patamar de 0,647 no 1991, elevando-se para 0,692 em 2000, culminando em 2010 no índice de 0,739. A variação em termos absolutos foi de 0,092 entre os anos de 1991 e 2010. O indicador cresceu mais no período de 2000 a 2010 (0,047) do que no período de 1991 a 2000 (0,045) (IDHMB, 2013). O crescimento observado foi homogêneo no território brasileiro, demonstrando que evoluiu em todas as regiões.

A Figura 8 traz a média de crescimento do IDHM Renda nos municípios brasileiros.

Figura 25: Evolução Do IDHM Renda a Partir Da Média De Crescimento Brasileira Para 2000 E 2010.

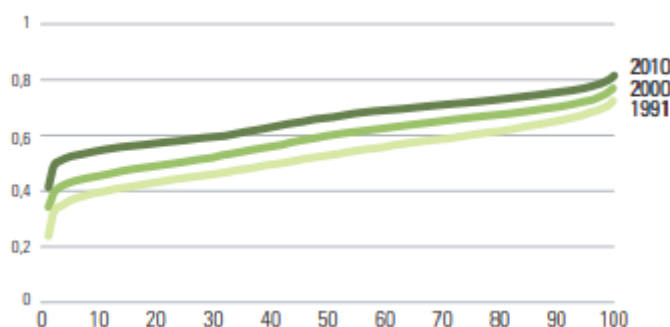


Fonte: IDHMB (2013)

Em aproximadamente 73% dos municípios o crescimento aconteceu acima da média nacional, sendo em 40% crescimento “Acima da média” e em 33% crescimento “Muito acima da média”. Diferentemente dos outros índices (IDHM Longevidade e Educação) o crescimento não predominou na região Norte, embora tenha havido crescimento considerável (IDHMB, 2013).

Como o crescimento aconteceu de forma mais homogênea nas regiões, seu efeito não mitigou as diferenças regionais, fenômeno que pode ser percebido através da análise da Figura 9 a seguir.

Figura 26: Distribuição Do IDHM Renda – 1991/2010.



Fonte: IDHMB (2013)

As tendências de crescimento demonstram certo paralelismo, efeito da homogeneização do crescimento fazendo com que se prevaleça as diferenças econômica regionais. Todavia, isto também reflete uma melhora, ainda que tímida nas regiões mais pobres: Norte e Nordeste.

2.3 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Esta técnica consiste em um modelo de programação linear que calcula a eficiência das unidades tomadoras de decisão (DMU) de forma comparativa. Este método atribui eficiência de 0 a 100% dependendo da produtividade de cada DMU.

A produtividade é calculada pela razão entre *outputs* (saídas) e *inputs* (entradas). Como os sistemas organizacionais possuem diversas entradas e saídas, a metodologia DEA utiliza o conceito de *output* e *input* virtual, que se refere à soma ponderada das entradas mais a soma ponderada das saídas. A DMU que obtiver a maior produtividade será considerada com eficiência de 100%. As demais terão sua eficiência estimada a partir do percentual que atingiram da produtividade da DMU eficiente.

O grande diferencial da DEA é que ela calcula os pesos de cada variável por meio de programação linear, atribuindo pesos que maximizem a eficiência das DMUs. Desta forma, uma DMU ineficiente nesta configuração seria ainda mais ineficiente em quaisquer outros cenários, dificultando contestações sobre o resultado.

Existe duas formas clássicas da DEA: o modelo CRS (Constant Return to Scale) e o modelo VRS (Variable Return to Scale). O primeiro pressupõe retorno constante de escala e o segundo pressupõe retorno variável de escala. O modelo VRS dissocia da eficiência total o efeito produzido pela escala de operação através da inclusão de uma restrição que condiciona o conjunto de possibilidades de produção a uma região convexa do plano. Sem expandir-se/contrair-se ilimitadamente, as DMUs são comparadas com unidades que lhes são similares em porte. A eficiência técnica total é constituída pelas eficiências de escala e técnica. Sendo assim a DEA-VRS considera apenas a eficiência técnica. Já o modelo CRS por não considerar efeitos de escala calcula apenas a eficiência técnica total. Maiores referências sobre os fundamentos da técnica DEA podem ser encontradas em Charnnes, Cooper e Rhodes, (1978), Banker, Charnnes e Cooper (1984), (Mariano, 2008) e Belloni (2000).

O modelo DEA pode ainda ser orientado aos *inputs* quando se quer minimizar os insumos, ou orientados aos *outputs* quando se quer maximizar as saídas.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa, quanto aos procedimentos, caracteriza-se como quantitativa, pois utilizou-se de técnicas de programação linear e estatísticas para obter e analisar resultados (Silva e Menezes, 2006).

Quanto aos fins classifica-se como aplicada, pois, utiliza de técnicas científicas aplicadas aos indicadores sociais brasileiros no intuito de comparar sua capacidade de transformar receitas em maior IDH.

Quanto aos meios classifica-se como estudo de caso, pois se realiza uma análise profunda de poucas unidades, no intuito de conhecer detalhes sobre o objeto pesquisado. Nestes estudos distinguem-se quatro etapas: delimitação do objeto de estudo; a coleta de dados; a análise e interpretação dos dados coletados e a construção do relatório (Gil, 2008; Silva e Menezes, 2001).

Para calcular a capacidade das Unidades Federativas de utilizarem seus orçamentos para melhorarem a qualidade de vida de seus cidadãos utilizou-se a Análise Envoltória de Dados (DEA). O modelo DEA utilizado para realizar os cálculos neste estudo foi o VRS, pois admite-se que os estados demonstram retornos variáveis de escala, posto que estados maiores possuem as maiores receitas e também tendem a diluir seus custos fixos para uma quantidade maior de habitantes. A análise histórica dos indicadores de renda demonstra também que os estados maiores tendem a possuir maior renda per capita (IDHMB, 2013). Quanto à orientação do modelo, optou-se pelo modelo orientado aos *outputs*, posto que o intuito é estimar a capacidade dos estados em transformarem seus orçamentos financeiros em maior qualidade de vida. Um modelo que fosse orientado aos *inputs* proporia a redução dos orçamentos para se enquadrarem a uma baixa qualidade de vida, o que não faria sentido lógico. Ao contrário, o modelo orientado aos *outputs* estabelece o novo patamar superior que as saídas têm de atingir (mantendo-se os *inputs* fixos) para que a DMU consiga tornar-se eficiente. Desta forma, para mensurar a qualidade de vida dos cidadãos das unidades federativas, que representou a variável de *output* (variável de saída) do modelo DEA escolheu-se a indicador IDH, pelos motivos que foram expostos no referencial teórico deste trabalho. O IDH já carrega em si os componentes de expectativa de vida, educação e poder de compra (IDHMB, 2013).

Todos estes componentes dependem em essência da capacidade de gestão financeira dos municípios, no que concerne à aplicação correta dos recursos nos mais variados setores que compõem a gestão estadual.

Desta forma foram escolhidas como variáveis de entrada o investimento *per capita* em educação (EDU/HAB), o investimento *per capita* em saúde (SAU/HAB) e o investimento *per capita* em segurança pública (SEG/HAB).

A análise das eficiências foi realizada tanto pela aferição da eficiência padrão quanto pela aferição da eficiência composta, que além de analisar as DMUs por meio de uma fronteira otimista, avalia-a também pela fronteira pessimista, quadro onde inverte-se os *inputs* pelos *outputs*, fazendo com que para ser eficiente uma DMU tenha de ter bom desempenho nas duas perspectivas. Tal análise é necessária para mitigar o impacto da atribuição de pesos nulos a determinadas variáveis.

Para verificar se existia homogeneidade na distribuição dos recursos entre as regiões brasileiras, elas foram divididas em cinco regiões: Norte, Nordeste, Sul, Sudeste e Centro-Oeste. Posteriormente, utilizou-se o teste de Kruskal-Wallis para testar a hipótese de diferentes médias entre as regiões.

Testou-se também, por esta mesma estatística, se a média das eficiências possuía diferenças significativas entre as regiões.

Os testes foram realizados por meio do software SPSS®.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.

Segundo dados do IDHMB (2013), a unidade federativa que obtém o maior Índice de Desenvolvimento Humano é o Distrito Federal, seguido por São Paulo, Santa Catarina e Rio de Janeiro. Os dados completos podem ser visualizados na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: IDHM por estado.

Posição	Lugares	IDHM	IDHM Renda	IDHM Longevidade	IDHM Educação
1 °	Distrito Federal	0,824	0,863	0,873	0,742
2 °	São Paulo	0,783	0,789	0,845	0,719

3 °	Santa Catarina	0,774	0,773	0,860	0,697
4 °	Rio de Janeiro	0,761	0,782	0,835	0,675
5 °	Paraná	0,749	0,757	0,830	0,668
6 °	Rio Grande do Sul	0,746	0,769	0,840	0,642
7 °	Espírito Santo	0,740	0,743	0,835	0,653
8 °	Goiás	0,735	0,742	0,827	0,646
9 °	Minas Gerais	0,731	0,730	0,838	0,638
10 °	Mato Grosso do Sul	0,729	0,740	0,833	0,629
11 °	Mato Grosso	0,725	0,732	0,821	0,635
12 °	Amapá	0,708	0,694	0,813	0,629
13 °	Roraima	0,707	0,695	0,809	0,628
14 °	Tocantins	0,699	0,690	0,793	0,624
15 °	Rondônia	0,690	0,712	0,800	0,577
16 °	Rio Grande do Norte	0,684	0,678	0,792	0,597
17 °	Ceará	0,682	0,651	0,793	0,615
18 °	Amazonas	0,674	0,677	0,805	0,561
19 °	Pernambuco	0,673	0,673	0,789	0,574
20 °	Sergipe	0,665	0,672	0,781	0,560
21 °	Acre	0,663	0,671	0,777	0,559
22 °	Bahia	0,660	0,663	0,783	0,555
23 °	Paraíba	0,658	0,656	0,783	0,555
24 °	Piauí	0,646	0,635	0,777	0,547
24 °	Pará	0,646	0,646	0,789	0,528
26 °	Maranhão	0,639	0,612	0,757	0,562
27 °	Alagoas	0,631	0,641	0,755	0,520

Fonte: IDHMB (2013)

Todos as unidades federativas brasileiras apresentaram IDHM na média ou acima da média e somente o Distrito Federal recebeu a categorização de pontuação “Muito Alta”. A Tabela 2 apresenta os valores dos conjuntos de variáveis de entrada (*inputs*) que foram utilizadas para comparar a capacidade dos estados de gerarem maior IDH (variável de saída).

Tabela 2: variáveis de entrada e estatísticas descritivas.

Unidade			
Federativa	EDU/HAB	SEG/HAB	SAU/HAB
Distrito Federal	5518,790	229,750	1134,638
São Paulo	3620,976	211,850	444,662
Santa Catarina	2107,235	234,790	367,871
Rio de Janeiro	2923,838	428,860	294,955
Paraná	1976,138	210,980	267,069
Rio Grande do Sul	3246,566	228,430	395,984
Espírito Santo	3069,909	277,820	524,447
Goiás	2314,992	236,540	355,425
Minas Gerais	2378,798	288,240	271,831
Mato Grosso do Sul	3256,919	332,880	264,471
Mato Grosso	3310,200	357,960	331,512
Amapá	3923,291	70,570	803,375
Roraima	5193,286	372,690	965,579
Tocantins	3697,030	396,900	816,538
Rondônia	3068,237	476,100	402,292
Rio Grande do Norte	2311,107	209,240	356,619
Ceará	1424,693	166,240	263,613
Amazonas	2784,063	290,330	620,071
Pernambuco	1976,138	215,730	267,069
Sergipe	2876,475	317,980	414,634
Acre	5257,528	486,720	927,994

Bahia	1772,942	192,070	327,724
Paraíba	1548,762	217,760	253,881
Piauí	1778,409	29,670	301,668
Pará	1612,168	199,510	229,150
Maranhão	1262,570	132,490	214,160
Alagoas	1833,124	300,230	216,706
MÉDIA	2816,4	263,42	445,7
MEDIANA	2784,1	234,79	355,4
DESVIO PADRÃO	1168,2	110,255	257,7
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	41,5%	41,9%	57,8%

Fonte: próprios autores

Os dados da Tabela 2 evidenciam que existe grande disparidade na taxa normalizada de aplicação dos recursos públicos nas diferentes áreas no Brasil, como por exemplo, o coeficiente de variação do investimento financeiro *per capita* em saúde que oscilou 57,8% entre as unidades federativas. Os demais indicadores também tiveram variação alta com 41,5% para investimento *per capita* em educação e 41,9% para investimento *per capita* em segurança pública.

Apenas o Sul não teve nenhum estado que estivesse abaixo da mediana no investimento *per capita* em saúde, em relação aos investimentos *per capita* em segurança pública todas as regiões possuem estados que se figuram abaixo da mediana.

Todavia, a análise das médias de todas as variáveis de saída por meio do Teste de Kruskal-Wallis demonstrou que a região onde está localizado o estado influencia em sua média de investimento em educação, mas não influencia a média de investimento em segurança e saúde, conforme demonstra a Tabela 3 a seguir.

Tabela 3: teste das médias das variáveis de entrada:

Teste Estatístico ^{a,b}

	EDU/HAB	SEG/HAB	SAU/HAB
Qui-Quadrado	9,717	3,666	5,024
Grau de Liberdade	4	4	4
Asymp. Sig.	,045	,453	,285
a. Teste Kruskal Wallis			
b. Agrupamento de variáveis: REGIÃO			

Fonte: próprios autores

Para realizar este teste, os estados foram divididos em regiões: Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste e Sul. Apenas a variável Investimento em Educação por Habitante apresentou significância abaixo de 0,05 e teve a hipótese nula de igualdade na distribuição rejeitada [$X^2(4)=9,717>9,488;p<0,05$].

Todavia, dada a pequena diferença constatada, na comparação par a par não foi possível identificar diferenças na variável Investimento em Educação por Habitante, conforme demonstra a Figura 10 a seguir.

Figura 27: comparação par a par da distribuição da variável Investimento em Educação por Habitante.

Amostra 1 - Amostra 2	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
NORDESTE-SUL	-5,857	5,476	-1,070	,285	1,000
NORDESTE-NORTE	9,468	3,999	2,367	,018	,179
NORDESTE-SUDESTE	-10,607	4,974	-2,132	,033	,330
NORDESTE-CENTRO-OESTE	13,357	4,974	2,685	,007	,072
SUL-NORTE	3,611	5,291	,683	,495	1,000
SUL-SUDESTE	4,750	6,061	,784	,433	1,000
SUL-CENTRO-OESTE	7,500	6,061	1,237	,216	1,000
NORTE-SUDESTE	-1,139	4,769	-,239	,811	1,000
NORTE-CENTRO-OESTE	3,889	4,769	,815	,415	1,000
SUDESTE-CENTRO-OESTE	2,750	5,612	,490	,624	1,000

Fonte: próprios autores

Em cada linha de teste, a hipótese nula é de que a distribuição da amostra 1 e da amostra 2 é a mesma. O Nível de significância é de 0,05. Para que haja diferença significativa entre uma região e outra o Valor-p ajustado (Adj.Sig) deve ser menor do que 0,05.

A hipótese de que não existe diferença entre as médias nas diferentes regiões do Brasil é reforçada pelo Teste de Mediana (Teste de *Mood*) onde não foi possível rejeitar a hipótese nula.

Tabela 4: teste da mediana das variáveis de entrada

Teste estatístico^a

	EDU/HAB	SEG/HAB	SAU/HAB
N	27	27	27
Median	2784,0634	234,7900	355,4246

Chi-Square	5,987	6,369	7,656
df	4	4	4
Asymp. Sig.	,200	,173	,105

a. Agrupamento de variáveis: REGIÃO

Fonte: próprios autores

Para que se rejeite a hipótese nula, o Valor-p (*Asymp. Sig.*) tem de ser menor do que 0,05. A partir da análise da homogeneidade da distribuição das variáveis, procedeu-se com a comparação das eficiências relativas por meio do modelo DEA-BCC orientado aos *outputs* que retornou os resultados da Tabela 5 a seguir.

Tabela 5: Eficiência das Unidades Federativas.

DMU	Padrão	Invertida	Composta	Composta normalizada
SC	1,000	0,824	0,588	1,000
SP	1,000	0,827	0,586	0,997
PR	1,000	0,845	0,577	0,982
RJ	1,000	0,858	0,571	0,971
MG	0,973	0,870	0,552	0,938
MS	0,980	0,884	0,548	0,932
RS	0,960	0,864	0,548	0,932
GO	0,953	0,867	0,543	0,924
CE	1,000	0,928	0,536	0,911
AP	1,000	0,929	0,536	0,911
ES	0,943	0,871	0,536	0,911
MT	0,945	0,889	0,528	0,897
PI	1,000	0,983	0,509	0,865
MA	1,000	0,987	0,506	0,861
DF	1,000	1,000	0,500	0,850
PB	0,951	0,962	0,495	0,841
PA	0,964	0,978	0,493	0,839
AL	0,979	1,000	0,490	0,833
RN	0,900	0,932	0,484	0,823
PE	0,899	0,941	0,479	0,814
BA	0,911	0,964	0,474	0,806
TO	0,877	0,941	0,468	0,795
RO	0,887	0,958	0,464	0,790
AM	0,860	0,963	0,448	0,762

SE	0,854	0,964	0,445	0,757
RR	0,869	0,979	0,445	0,756
AC	0,817	1,000	0,408	0,695

Fonte: próprios autores

Os escores de eficiência calculados a partir da fronteira padrão demonstram que foram computados como eficientes as unidades federativas Santa Catarina, São Paulo, Paraná, Rio de Janeiro, Ceará, Amapá, Piauí, Maranhão e Distrito Federal. Todavia, esta perspectiva possui maior viés de análise dada a liberdade do modelo DEA de atribuir pesos nulos às variáveis, portanto, faz sentido analisar os escores de eficiência pela fronteira composta normalizada que considera em seu cálculo as pontuações obtidas na fronteira invertida, onde inverte-se os *inputs* pelos *outputs*.

Neste quadro, a DMU Santa Catarina figura como o estado com maior capacidade de transformar seus recursos em maior Índice de Desenvolvimento Humano, seguido dos estados de São Paulo, Paraná e Rio de Janeiro. Entre os estados calculados como eficientes na fronteira padrão, apenas Piauí, Distrito Federal e Maranhão obtiveram pontuações abaixo de 90% na eficiência composta normalizada. Este fato, indica que mesmo na perspectiva da fronteira padrão, o modelo foi capaz de explicar as eficiências das DMUs.

Vale a pena salientar que o modelo DEA utilizado nesta pesquisa não foi formulado no intuito de calcular quais os estados oferecem maior Índice de desenvolvimento Humano (o que já é determinado pelo próprio índice, mas avaliar a capacidade (eficiência) dos estados em transformarem seus recursos em maiores IDHMs).

Quando se analisa as pontuações de eficiências por regiões percebe-se que os valores possuem baixa variação dentro de uma mesma região e as maiores médias estão, respectivamente na região Sul e Sudeste, enquanto a região norte apresentou a média mais baixa, conforme pode-se observar na Tabela 6 a seguir.

Tabela 6: Eficiência por região.

ESTATÍSTICAS	CENTRO-				
	NORTE	NORDESTE	OESTE	SUDESTE	SUL
	0,911	0,911	0,932	0,997	1,000
	0,861	0,865	0,924	0,971	0,982
	0,839	0,841	0,897	0,938	0,932
	0,795	0,833	0,850	0,911	
	0,790	0,823			

	0,762	0,814			
	0,756	0,806			
	0,695	0,757			
Média	0,80	0,83	0,90	0,95	0,97
Mediana	0,80	0,83	0,91	0,95	0,98
Desvio Padrão	0,06	0,04	0,04	0,04	0,04
Coeficiente de Variação	7,46%	4,78%	4,10%	3,96%	3,61%

Fonte: próprios autores. Fonte: próprios autores

Novamente, utilizou-se o método de Kruskal-Wallis para testar a hipótese da igualdade das médias (neste caso das pontuações de eficiência) entre as diferentes regiões, os dados estão resumidos na Tabela 7 seguir.

Tabela 7: teste de igualdade das médias de eficiência

Teste Estatístico^a

	EFICIENCIA
Mann-Whitney U	,000
Wilcoxon W	36,000
Z	-2,449
Asymp. Sig. (2-tailed)	,0140
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,0120

a. Agrupamento de variáveis: REGIÃO

Fonte: próprios autores

Através da estatística Valor-p infere-se que a diferença das eficiências regionais foi significativa ao nível 0,05.

A análise da Figura 11 a seguir estabelece a comparação par a par entre as regiões no intuito de identificar a origem das diferenças.

Figura 28: comparação par a par das médias de eficiência.

Amostra 1 - Amostra 2	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
NORTE-NORDESTE	,000	3,961	,000	1,000	1,000
NORTE-CENTRO_OESTE	-8,688	4,852	-1,791	,073	,734
NORTE-SUDESTE	-13,812	4,852	-2,847	,004	,044
NORTE-SUL	-15,562	5,364	-2,901	,004	,037
NORDESTE-CENTRO_OESTE	-8,688	4,852	-1,791	,073	,734
NORDESTE-SUDESTE	-13,812	4,852	-2,847	,004	,044
NORDESTE-SUL	-15,562	5,364	-2,901	,004	,037
CENTRO_OESTE-SUDESTE	-5,125	5,602	-,915	,360	1,000
CENTRO_OESTE-SUL	-6,875	6,051	-1,136	,256	1,000
SUDESTE-SUL	-1,750	6,051	-,289	,772	1,000

Fonte: próprios autores

A análise da Figura 11 demonstra que a diferença foi significativa na comparação entre as regiões Norte e Sudeste, Norte e Sul, Nordeste e Sudeste e Nordeste e Sul.

A homogeneidade das médias das variáveis de entrada (apresentados na Tabela 3) e a heterogeneidade das médias da eficiência (apresentado na Tabela 7) demonstram que existe significativa diferença entre as capacidades das unidades federativas das diferentes regiões em transformarem seus recursos em maior qualidade de vida para seus cidadãos que é mensurada pelo indicador IDH.

Entre as unidades do Nordeste, as que apresentaram maiores pontuações de eficiência foram o Ceará e o Piauí, sendo os dois eficientes na fronteira padrão e apresentando, respectivamente, as eficiências de 0,911 e 0,865. Todavia, estes foram os estados que apresentaram um dos menores valores de IDHM do Brasil, com, respectivamente, 0,686 e 0,642. Suas altas eficiências se justificam pelos menores valores de recursos em relação a outras unidades, utilizados para atingi-las. Estes dois estados estiveram abaixo da mediana em todos os valores de *input*.

Os estados de Santa Catarina, São Paulo e Rio de Janeiro, além de estarem entre os melhores estados do Brasil para se viver, também estiveram entre as unidades mais

eficientes. Estes estados demonstraram, portanto, melhor relação entre quantidades de recursos e Índice de Desenvolvimento Humano.

Percebe-se claramente uma menor capacidade dos estados do Norte e Nordeste em transformarem seus recursos em maior qualidade de vida.

São Paulo, Santa Catarina, Paraná e Rio de Janeiro, que foram as DMUs mais eficientes, possuem também, segundo dados do IBGE (2013), as maiores expectativas de vida do Brasil, números que foram confirmados pelo IBGE (2017).

Uma vez que os recursos apresentaram homogeneidade de distribuição em todas as regiões brasileiras, conforme pode ser observado na Tabela 3, hipóteses precisam ser aventadas e investigadas para explicar as diferentes capacidades de gestão existentes nas regiões.

Uma variável de difícil mensuração, mas que pode afetar os escores de eficiência, é o percentual destes investimentos que realmente chegam ao seu destino final. Investigações recentes do MPF (2018) endossam que a corrupção é um fator generalizado em todas as regiões brasileiras. No entanto, caso o nível de corrupção seja diferente entre as regiões – o que não se pode afirmar a partir dos dados pesquisados neste trabalho –, pode afetar os escores relativos de eficiência.

Através da Análise Envoltória de Dados foi possível também identificar as unidades *benchmarks*, ou seja, as unidades eficientes que servirão de referência para as unidades ineficientes. Os dados estão apresentados na Tabela 8 a seguir.

Tabela 8: Benchmark para cada unidade ineficiente.

DMU	DF	SP	SC	RJ	PR	AP	CE	PI	MA
DF	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
SP	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
SC	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
RJ	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
PR	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
RS	0,000	0,367	0,634	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ES	0,181	0,227	0,592	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
GO	0,000	0,000	0,870	0,022	0,107	0,000	0,000	0,000	0,000
MG	0,000	0,000	0,000	0,171	0,829	0,000	0,000	0,000	0,000
MS	0,000	0,000	0,000	0,000	0,951	0,000	0,000	0,000	0,049
MT	0,000	0,000	0,501	0,499	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
AP	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000

RR	0,755	0,245	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
TO	0,466	0,000	0,534	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
RO	0,000	0,448	0,552	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
RN	0,000	0,169	0,562	0,000	0,185	0,000	0,000	0,084	0,000
CE	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000
AM	0,198	0,000	0,802	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
PE	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
SE	0,013	0,479	0,508	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
AC	0,701	0,299	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
BA	0,000	0,000	0,483	0,000	0,000	0,000	0,464	0,053	0,000
PB	0,000	0,000	0,000	0,000	0,289	0,000	0,494	0,000	0,217
PI	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
PA	0,000	0,000	0,000	0,000	0,283	0,000	0,000	0,000	0,717
MA	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000
AL	0,000	0,000	0,000	0,000	0,048	0,000	0,000	0,000	0,952

Fonte: próprios autores.

Os *benchmarks* são calculados a partir do porte das DMUs. Quanto mais próximo de 1 for o valor calculado, melhor referência aquela unidade se torna. Na Tabela 8, a referência para cada uma das unidades em azul está preenchida na cor verde. Por exemplo, a melhor referência para a unidade Acre (AC) é a unidade Distrito Federal (DF) com o valor de 0,7. Percebe-se que a unidade mais utilizada como referência para as demais foi o estado de Santa Catarina. Isto se deve à maior semelhança de porte (quanto aos orçamentos) deste estado aos estados das regiões Norte e Nordeste, onde está a maioria dos estados ineficientes.

5. CONCLUSÃO

As políticas públicas desenvolvidas nas unidades federativas são decorrentes das metas estabelecidas por órgãos internacionais como a Organização Mundial de Saúde, que visa garantir melhores condições de vida aos cidadãos.

De acordo com a pesquisa realizada neste trabalho, diagnosticou-se que a taxa de investimento por habitante das variáveis de entrada utilizadas no modelo DEA são distribuídas com certa uniformidade em todas as regiões do Brasil, contudo as eficiências resultantes destes investimentos possuem diferenças significativas quando comparam-se

as regiões Norte e Nordeste com as regiões Sul e Sudeste, sendo que estas possuem as maiores pontuações de eficiência.

As unidades federativas localizadas nas regiões Sul e Sudeste, em média, apresentaram maior capacidade de transformar seus recursos em maior qualidade de vida para a população. Na região centro-oeste, a média de eficiência foi de 90% não diferindo estatisticamente de nenhuma das regiões brasileiras.

Vale destacar que as médias de eficiência dentro de uma mesma região sofreram pouca variação. Desta forma, levanta-se a hipótese de que os efeitos nas eficiências e ineficiências possuam uma causa comum em cada uma das regiões.

Através da técnica DEA foi possível, além de estimar e comparar as eficiências estaduais, determinar quais as unidades de referência para cada uma das unidades ineficientes, fazendo com que estas, caso se espelhem nos processos de gestão das unidades *benchmarks* (eficientes), sejam capazes de adotar boas práticas de gestão que aumentem a eficiência de sua transformação de recursos em melhor qualidade de vida.

Uma das dificuldades inerentes ao cálculo das eficiências por esta metodologia é que não é possível medir quanto, necessariamente, destes investimentos utilizados como variáveis de entrada chegou a seu destino final, dado os conhecidos e inúmeros casos de corrupção que afetam a gestão do erário público.

Portanto, sugere-se para trabalhos futuros, estudos de casos que, utilizando-se de abordagens quantitativas *in loco* consigam aferir o nível de atendimento à população frente às variáveis de entrada utilizadas neste modelo e extrapolar tais conclusões para a população representada.

CAPÍTULO VI

COMPARAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO SERVIÇO DE SAÚDE PÚBLICO NAS UNIDADES FEDERATIVAS BRASILEIRAS: UMA ABORDAGEM PELA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

RESUMO

Medir a eficiência dos serviços de saúde é de fundamental importância para a melhor gestão do sistema. Neste estudo, o objetivo foi mensurar a eficiência das 26 unidades federativas e o Distrito Federal, utilizando a análise envoltória de dados como ferramenta. Foram utilizadas como variáveis o número de médicos, enfermeiros e equipamentos de diagnóstico por imagem a cada 1000 habitantes como *inputs* e o inverso da taxa de mortalidade e do tempo médio de permanência como *output*. Concluiu-se que a maioria dos estados possuem quantidades insuficientes de médicos e enfermeiros; existe correlação positiva entre quantidade de profissionais de saúde (médicos e enfermeiros) e a taxa de mortalidade. Os estados estimados como mais eficientes foram Pará, Santa Catarina e Espírito Santo.

Palavras-Chave: Análise Envoltória de Dados, DEA, eficiência da saúde pública.

1. INTRODUÇÃO

A análise envoltória de dados (DEA – *data envelopment analysis*) é uma técnica de programação matemática utilizada para comparar a eficiência de sistemas em que as variáveis que o compõe não possuem pesos definidos a priori. Esta técnica calcula a eficiência de cada unidade (DMU – *Decision Making Unit*) de forma comparativa, atribuindo eficiência de 100% à DMU mais eficiente (denominada *Benchmark*), sendo que as demais são classificadas de acordo com sua capacidade de transformar *inputs* em *outputs* quando comparadas com a unidade *Benchmark*.

Os pesos na análise envoltória de dados são calculados por meio de modelos de programação linear, de forma a maximizar o resultado de sua eficiência, fazendo com que uma unidade ineficiente, fosse ainda mais ineficiente em qualquer outro cenário, tornando incontestável que seus resultados gerados a partir de determinados recursos sejam menores quando comparados aos resultados da unidade mais eficiente.

Esta técnica surgiu em 1978, a partir do trabalho de Charnes, Rhodes e Cooper (1978) que, baseando-se no trabalho de Farrel (1957), propuseram uma metodologia matemática para calcular a eficiência de escolas divididas em dois grupos que diferenciavam entre si por terem aderido ou não a uma nova proposta de ensino. Desde então, diversas técnicas foram acrescentadas ao método original, no intuito de tornar os resultados o mais verossímil possível, gerando um compêndio de métodos que mensuram a eficiência por envoltória de dados.

Dentre os sistemas comumente mensurados pela DEA, estão os de saúde, posto que especialmente nestes, seja impossível para o decisor atribuir pesos definidos (preço de mercado) a cada variável, seja de entrada (médicos, equipamentos, etc.), seja de saída (óbitos, tempo de permanência, etc.). Desta forma, os pesos são calculados por programação linear.

Cada uma das técnicas DEA existentes possuem suas vantagens e desvantagens, de modo que a escolha do modelo adequado dependerá do contexto do sistema a ser analisado. Na área da saúde, como neste trabalho, é recorrente a utilização da técnica BCC (de Banker, Charnes e Cooper, 1984), por permitir retornos variáveis de escala, ao diferenciar a Eficiência Técnica da Eficiência de Escala, como será melhor definido no referencial teórico (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978).

O Brasil é um dos poucos países do mundo a oferecer um Sistema Único de Saúde (SUS) para atender a todos os seus cidadãos, todavia este sistema demonstra ineficiências, tanto de origem gerencial quanto de alocação de recursos. Como a gestão e forma de alocação de recursos distingue-se de uma Unidade Federativa (UF) para outra, é forçoso reconhecer que suas eficiências também variam de estado para estado, indicando que os estados mais eficientes (*Benchmark*) tenham melhores práticas que podem ser seguidas pelas demais. A técnica BCC, ao calcular as eficiências permite, justamente, a identificação de qual unidade eficiente uma determinada unidade ineficiente precisa se espelhar para alcançar a eficiência, considerando neste caso, o porte das organizações (DMUs).

Neste ínterim, surge a questão: quais são as Unidades Federativas que exercem a melhor gestão do sistema de gestão e alocação dos recursos, obtendo assim, maior produtividade na prestação de serviço?

Dentro desta problemática, objetiva-se, portanto, discriminar as unidades eficientes das ineficientes, estabelecer o *Benchmark* para cada unidade eficiente e diagnosticar as causas das ineficiências das DMUs.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise envoltória de dados, mais conhecida por sua sigla em inglês DEA, é uma metodologia de análise de eficiência baseada em uma aplicação de programação linear. Trata-se de um método multivariável não-paramétrico que compara a capacidade de uma unidade tomadora de decisão ou DMU de transformar *inputs* em *outputs* com outras unidades similares (Ramanathan, 2003).

2.1 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS: CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Conforme Marinho (2003), qualquer DMU que produza menores quantidades de *outputs* que outra que utilize a mesma quantidade de insumos, será considerada ineficiente.

Inicialmente, a técnica proposta por Charnes *et al.* (1978) não considerava o porte da DMU para escolhê-la como referência para as demais, utilizando um método que considerava retornos constantes de escala ou, em sua sigla em inglês, CRS (*constant returns to scale*). Nesta técnica, *inputs* e *outputs* variam equiproporcionalmente. Na literatura pode-se encontrar tal método denominado por CCR em homenagem aos seus criadores - Charnes, Cooper e Rhodes. (Foursund e Sarafoglou, 2002).

A contribuição singular de Rhodes – então doutorando orientado por Charnes e Cooper que pesquisava formas de comparar o desempenho de unidades educacionais sem arbitrar pesos às variáveis, foi a conexão explícita entre um índice de produtividade calculado pela soma ponderada dos resultados (*outputs*) dividida pela soma ponderada dos insumos (*inputs*) e a forma de mensuração da eficiência técnica de Farrel (1957). A grande inovação consistiu em encontrar pesos que maximizassem a relação *output/input*, sujeita às restrições do sistema, unindo desta forma o conceito de produtividade da engenharia com o conceito de eficiência dos economistas (Foursund e Sarafoglou, 2002, p.21)

O modelo de mensuração da eficiência abordado por Farrel (1957) trata de uma situação onde tem-se apenas um *input* e um *output*. Todavia, os sistemas analisados no mundo real possuem uma gama muito maior de variáveis que determinam o seu resultado. Desta forma, o grande problema passa a ser a definição do peso que cada variável exerce sobre o sistema afim de determinar o resultado de sua eficiência.

Para resolver esta questão, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) criaram o conceito de *input* virtual e *output* virtual. Neste novo conceito, o *input* virtual é calculado pela soma do produto de seus *inputs* pelos seus respectivos pesos. O mesmo raciocínio aplica-se ao *output* virtual (Foursund e Sarafoglou, 2002).

$$\text{Output virtual} = \mu_1 * y_{1o} + \mu_2 * y_{2o} \dots + \mu_m * y_{mo} \quad (1)$$

$$\text{Input virtual} = \omega_1 * x_{1o} + \omega_2 * x_{2o} \dots + \omega_m * x_{mo} \quad (2)$$

Logo, a produtividade da DMU será dada pela seguinte equação:

$$\text{Produtividade} = \frac{\text{Output virtual}}{\text{Input virtual}} \quad (3)$$

A grande inovação de Charnes *et al.* (1978) foi calcular os pesos dos *inputs* e *outputs* através de maximização da relação, ou seja, todas as DMU's terão a máxima eficiência possível de acordo com os produtos gerados através dos insumos utilizados. Desta maneira, uma DMU que for ineficiente neste modelo seria ainda mais ineficiente em qualquer outra configuração de pesos, tornando incontestável que a sua capacidade de gerar produtos através dos recursos utilizados é menor do que a capacidade das unidades de referência (eficientes).

Portanto, considerando-se H unidades produtivas com um número m de produtos sendo gerados por um número n de insumos, a eficiência das unidades será calculada por:

$$\text{Max Ef}_0 = \frac{\sum_{i=1}^m \mu_i y_{i0}}{\sum_{j=1}^n v_j x_{j0}} \quad (4)$$

Como se está medindo a eficiência, o resultado tem de estar entre 0 e 100% ou 0 e 1. Desta forma cabe adicionar uma restrição ao modelo:

Sujeito a

$$\frac{\sum_{r=1}^m \mu_r y_{rk}}{\sum_{j=1}^n v_j x_{j0}} \leq 1 \text{ para } k = 1, 2 \dots H \quad (5)$$

Outra restrição importante é que os pesos têm de ser sempre maiores que ε , logo:

$$\mu_i v_j \geq \varepsilon \quad (6)$$

sendo ε um número não-arquimediano (infinitamente próximo de zero).

Para que este modelo fracionário seja resolvido por programação linear é necessário que ele seja linearizado, fazendo-se com que o denominador (*input* virtual) da fração seja sempre igual a 1, podendo-se obter os pesos que maximizam a eficiência somente dentro deste universo de valores. Este modelo é chamado de DEA na forma dos multiplicadores ou primal, que permite que seja atribuído um conjunto de pesos aos produtos e insumos, ou seja, os pesos são as variáveis de decisão.

A DEA é uma técnica não-paramétrica, desta forma, não se pode tirar inferências que se apliquem à população, pois mede a eficiência de forma comparativa. A unidade mais eficiente recebe o escore de 100% ou 1, as demais unidades recebem escores proporcionais à unidade mais eficiente. Desta forma, se uma unidade recebe escore de 95%, isto significa que sua produtividade é 95% da unidade *Benchmark*.

A eficiência no modelo DEA é medida pela divisão da soma do produto dos *outputs* pelos seus respectivos pesos, pela soma do produto dos *inputs* pelos seus pesos, ou seja, o *output* virtual dividido pelo *input* virtual. Desta forma, a eficiência pode ser aumentada tanto pela maximização dos *outputs* quanto pela minimização dos *inputs*. No primeiro caso, diz-se que o modelo é orientado aos *outputs* (*output oriented*) e no segundo caso, orientado aos *inputs* (*input oriented*).

2.2 DEA COM RETORNOS VARIÁVEIS DE ESCALA

Banker, Charnes e Cooper (1984) incorporaram ao modelo DEA o retorno variável de escala, denominado VRS (*variable returns to scale*) ou BCC, em homenagem a seus criadores, que leva em consideração a escala que a DMU se encontra no cálculo da eficiência. A DMU analisada pode encontrar-se tanto em escalas onde o retorno de escala é crescente, quanto em escalas onde o retorno é decrescente. Nestes casos, as DMU's eficientes analisadas não precisam apresentar a mesma proporcionalidade entre *output*

virtual e *input virtual* (o que aumenta o número de unidades eficientes em relação ao modelo CCR) (Benício e Mello, 2014).

Ambos os modelos (BCC e CCR) podem ser orientados a *inputs* ou a *outputs*, apesar de que o modelo CCR, por ser linear, deixa implícito que é invariante quanto à orientação.

O modelo BCC surgiu a partir da decomposição do modelo CCR em duas componentes: a eficiência técnica e a eficiência de escala (Mariano, 2008).

O modelo CCR estima a eficiência bruta de uma DMU. Esta eficiência compreende a eficiência técnica e a eficiência de escala. A eficiência técnica descreve a eficiência na conversão de *inputs* em *outputs*, enquanto a eficiência de escala reconhece que a economia de escala não pode ser alcançada em todas as escalas de produção, e que há um tamanho de escala mais produtivo, onde a eficiência da escala é máxima em 100% (Ramanathan, 2003).

A eficiência técnica identifica a utilização ótima dos recursos de acordo com o porte ou escala de produção da DMU em análise. A eficiência de escala é calculada a partir da divisão entre a eficiência BCC e a eficiência CCR, mostrando a distância entre a DMU analisada e uma DMU fictícia que opera em uma escala mais produtiva (Mariano, 2008). Desta forma, o modelo BCC consegue dissociar da ineficiência técnica os componentes da ineficiência produtiva ocasionados pela escala de operação. Livres da dificuldade de considerar a escala de operação, o modelo permite que unidades de portes distintos possam ser utilizadas como referência (Belloni, 2000).

2.3 TRABALHOS CORRELATOS

Uma ampla revisão de aplicações dos diferentes modelos DEA em sistemas hospitalares brasileiros pode ser encontrada em Barbosa e Fuchigami (2018).

Entre as obras analisadas por esta pesquisa destacam-se os trabalhos de Marinho (2001b), Cesconeto *et al.* (2008), Marinho e Almeida (2009), Lobo *et al.* (2010) e Lobo *et al.* (2011).

3. METODOLOGIA

Com base na perspectiva de Gil (2008), esta pesquisa caracteriza-se quanto aos objetivos como exploratória e descritiva, pois busca, respectivamente, proporcionar maior familiaridade com o problema e descrever as características da amostra de artigos selecionada.

Quanto à natureza classifica-se como aplicada, pois visa gerar conhecimentos para aplicação na gestão hospitalar e, do ponto de vista da abordagem do problema, esta pesquisa caracteriza-se como quantitativa, pois busca traduzir em números, informações coletadas em um banco de dados, de modo que se possa classificá-los e analisá-los utilizando-se de recursos e técnicas estatísticas (Silva e Menezes, 2001).

Do ponto de vista técnico, esta pesquisa envolverá técnicas de modelagem para calcular os índices de eficiência de forma comparativa entre as unidades tomadoras de decisão (DMUs), utilizando-se de conceitos da DEA.

A escolha das variáveis baseou-se tecnicamente no trabalho de Marinho e Façanha (2001), que delineou as variáveis básicas que compõem um sistema de saúde quanto aos *inputs* e *outputs*. Conforme estes autores, um modelo matemático que visa calcular a eficiência de um sistema de saúde deve ter um *input* relacionado ao trabalho (geralmente, recursos humanos); *inputs* de capital (equipamentos, estrutura); *inputs* de serviços específicos (geralmente, exames, consultas); *inputs* relacionados aos pacientes (internações, idade, sexo); *inputs* de fatores ambientais e *inputs* de serviços gerais (lavanderia, segurança).

Quanto aos *outputs*, Marinho e Façanha (2001) classificam-nos em *outputs* de tratamento (prazo de internação, cirurgias); *outputs* de qualidade (taxa de mortalidade, número de altas) e *outputs* sociais (acompanhamento familiar, atendimento em áreas remotas, etc.).

Como não se pode utilizar uma variável de cada segmento, posto que conjuntos de variáveis que ultrapassem um terço do número de DMUs tendem a inviabilizar o modelo, procurou-se basear-se na literatura vigente para a escolha das variáveis (Senra, Nancy, Mello e Meza, 2007).

A revisão da literatura realizada por Barbosa e Fuchigami (2018) demonstrou que, excetuando-se os trabalhos que utilizaram a análise envoltória de dados para medir unicamente a eficiência financeira dos hospitais, mais de 65% das obras utilizaram *inputs* relacionados ao trabalho e capital. E aproximadamente 70% das obras utilizaram *outputs* relacionados ao tratamento e qualidade dos serviços.

Barbosa e Fuchigami (2018) demonstraram ainda que, entre as variáveis que se enquadravam em *inputs* de trabalho, as mais frequentes foram número de médicos e número de funcionários não-médicos e entre *inputs* de capital, as mais frequentes foram número de leitos seguido da quantidade de equipamentos e instalações físicas. Quanto aos *outputs* de tratamento, a que apareceu com maior frequência foi a quantidade de

procedimentos realizados e quanto aos *outputs* de qualidade, a mais utilizada foi a taxa de mortalidade.

Com bases nesta obra, as variáveis de *input* escolhidas para integrarem este trabalho, foram: Número de profissionais de saúde/habitante; e Número de leitos/habitante.

Como o modelo DEA utilizado neste trabalho foi o BCC-Primal orientado aos *outputs*, não faria sentido a maximização de uma variável como “procedimentos ambulatoriais”, por exemplo, como variável do núcleo de variáveis de tratamento, posto que o fato destes procedimentos serem realizados não significa na prática que estejam trazendo maior resolubilidade, ainda porque, podem ser requisitados sem real necessidade, contribuindo para aumentar os custos de manutenção do sistema.

Falhas ou falta de diagnósticos provocadas por uma possível falta de procedimentos ambulatoriais recairão em última instância, sobre a taxa de mortalidade e, conseqüentemente, na redução da média da expectativa de vida.

Segundo a Organização Mundial de Saúde, uma das funções do estado é possibilitar ao cidadão ausência de afecções e enfermidades, que conduzem necessariamente, a uma menor taxa de mortalidade e, conseqüentemente, maior expectativa de vida (OMS, 1979) (aqui não se considera o conceito de saúde em sua totalidade – posto que para este objetivo ter-se-ia de analisar o Estado em todas as suas vertentes – mas sim a ausência de afecções e enfermidades).

Logo, o desempenho de um sistema de saúde é melhor representado pela taxa de mortalidade, que deve ser minimizada e a expectativa de vida ao nascer, que deve ser maximizada.

Neste ínterim, decidiu-se trabalhar como *output* com as variáveis taxa de mortalidade e expectativa de vida.

Além dos argumentos supracitados, a escolha da variável expectativa de vida baseia-se nos argumentos propostos por Marinho, Cardoso e Almeida (2009), Rocha, Duarte, Gadelha e Pereira (2012), Correia e Silva (2017) e Silva, Pinto, Coronel e Silva (2017).

A expectativa de vida ao nascer possui pouca variação matemática, embora 1 ano de diferença, já represente grandes ganhos na gestão da saúde. Os dados da expectativa de vida por unidades federativas do IBGE (2017) apresentaram coeficiente de variação de apenas 3,5%, embora do menor para o maior valor, tenha havido uma diferença de 9 anos. Para que o modelo não desconsidere o desempenho das unidades federativas neste quesito por causa da baixa variância, estes dados foram normalizados por meio de uma

interpolação linear, onde o valor mais baixo recebe índice zero e o valor mais alto recebe índice 1. Para operacionalizar a interpolação, utiliza-se a Equação 26 a seguir.

$$I = \frac{X - \text{Menor}}{\text{Maior} - \text{Menor}} \quad (7)$$

Onde “I” é o valor normalizado, “X” o valor a ser normalizado, “maior” o maior valor da população e “menor” o menor valor da população.

A técnica DEA utilizada para calcular as eficiências foi a BCC-Primal orientada aos *outputs*, ou seja, uma unidade ineficiente para tornar-se eficiente tem que aumentar seus *outputs*, logo, para efeito de cálculo, considerou-se o inverso da taxa de mortalidade.

A análise envoltória de dados tende a ser flexível com as DMUs, de modo que o modelo retorna os pesos que maximizam a sua eficiência. Desta forma, DMUs com mau desempenho gerencial refletido em alguma variável tendem a adotar pesos nulos para estas variáveis, fazendo com que o modelo tenha baixo grau de discriminação, calculando como eficientes, DMUs que na prática não apresentam bons resultados. Uma das alternativas para contornar este problema consiste em atribuir restrições aos pesos, todavia, corre-se sério risco de inviabilizar todo o modelo; outra alternativa está na análise da fronteira invertida.

Desta forma, este trabalho não considerará apenas a fronteira de eficiência padrão, mas também a fronteira invertida, que representa uma perspectiva pessimista em relação à perspectiva otimista do modelo clássico. Este método avalia a ineficiência de uma DMU, formando uma fronteira ineficiente.

Sendo assim, para uma DMU ter uma boa pontuação de eficiência, precisa ter bom desempenho no que é melhor, mas não ter mau desempenho no que é pior, ou seja, evita-se a especialização de uma DMU. Para efetuar este cálculo, inverte-se os *inputs* com os *outputs*.

Para calcular o índice composto pela fronteira padrão e a fronteira invertida, utiliza-se a Equação 27 a seguir.

$$\text{Eficiência composta} = \frac{\text{Eficiência padrão} + (1 - \text{Eficiência invertida})}{2} \quad (8)$$

Os dados desta eficiência são melhores representados normalizados, bastando dividir todos os valores pelo maior valor.

Os dados de entrada e de saída foram coletados do banco de dados nacional do sistema de saúde, DATASUS. Foram estudadas as 26 unidades federativas e o Distrito Federal.

Para as populações das capitais e expectativa de vida, foram utilizadas as estimativas do IBGE para 2017.

Após a estimação das eficiências relativas, foi calculada a distância que cada unidade se encontra da fronteira de eficiência, estabelecendo os novos valores de *outputs* (mantendo-se os *inputs* constantes) que as unidades ineficientes teriam de atingir para tornarem-se eficientes.

Estes valores foram tomados a partir da unidade de referência para cada unidade ineficiente, as chamadas *Benchmarks*, determinada pelo modelo ao comparar o porte das unidades, uma vez que a técnica BCC dissocia a eficiência técnica da eficiência de escala.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados do presente trabalho. Primeiramente são introduzidos os dados do problema tratado e as estatísticas descritivas e, em seguida, são analisados os rankings de eficiência e discutidos os resultados.

A Tabela 1 a seguir apresenta os dados de entrada e de saída utilizados neste trabalho. As variáveis Profissionais da Saúde por mil Habitantes, Leitos por mil Habitantes, Inverso da Taxa de Mortalidade e Expectativa de Vida, são representadas, respectivamente, pelas siglas PROF/HAB, LEIT/HAB, 1/TM e EXPEC. Também está apresentado na Tabela 1 o valor da variável Expectativa de Vida sem a normalização e as variáveis médicos (MÉD/HAB) e Enfermeiros (ENF/HAB) por mil habitantes, para facilitar a discussão dos resultados.

Tabela 9: valor das variáveis utilizadas no modelo

DMU	PROF/HAB	LEIT/HAB	1/TM	EXPEC		MÉD/HAB	ENF/HAB
RO	2,037	2,827	0,415	0,111	71	1,309	0,728
AC	2,043	2,220	0,327	0,333	73	1,176	0,867
AM	1,669	1,878	0,356	0,111	71	1,026	0,643
RR	2,660	2,141	0,403	0,111	71	1,460	1,200
PA	1,307	2,212	0,476	0,222	72	0,840	0,467
AP	1,532	1,286	0,351	0,333	73	0,844	0,688
TO	2,701	2,347	0,342	0,333	73	1,385	1,316
MA	1,406	2,377	0,495	0	70	0,779	0,627
PI	1,882	2,668	0,415	0,111	71	1,209	0,673
CE	1,799	2,388	0,253	0,333	73	1,202	0,597
RN	2,036	2,632	0,245	0,555	75	1,387	0,649

PB	2,423	2,619	0,221	0,333	73	1,427	0,997
PE	2,277	2,740	0,230	0,333	73	1,498	0,779
AL	1,795	2,295	0,260	0,111	71	1,222	0,573
SE	2,195	1,840	0,242	0,222	72	1,543	0,652
BA	1,971	2,344	0,284	0,333	73	1,200	0,771
MG	2,891	2,434	0,216	0,778	77	2,045	0,846
ES	2,929	2,443	0,271	0,889	78	2,071	0,858
RJ	3,654	3,059	0,151	0,667	76	2,522	1,132
SP	3,562	2,630	0,200	0,889	78	2,448	1,114
PR	2,796	2,942	0,262	0,778	77	1,911	0,885
SC	2,868	2,641	0,260	1	79	2,002	0,866
RS	3,357	3,225	0,211	0,778	77	2,325	1,032
MS	2,681	2,581	0,288	0,556	75	1,824	0,857
MT	2,264	2,724	0,269	0,444	74	1,406	0,858
GO	2,300	3,026	0,304	0,444444	74	1,635	0,665
DF	4,381	3,093	0,335	0,888889	78	3,013	1,369
MEDIANA	2,27	2,580	*3,69	0,444	74	1,426	0,845

*Valor real (não invertido)

. Fonte: autores com base em DATASUS e IBGE (2017).

Na Tabelas 2 seguir encontra-se um resumo destes dados para todas as variáveis de utilizadas no modelo.

Tabela 10: variabilidade dos inputs e outputs.

	PROF/HAB	LEIT/HAB	1/TM	EXPEC
Média	2,423	2,504	0,299412	0,444444
Desvio				
Padrão	0,734	0,425	0,085312	0,293972
Coeficiente de				
Variação	30%	17%	28%	66%

Fonte: próprios autores

Através destes dados constata-se que a média de profissionais da saúde (apenas médicos e enfermeiros) nas unidades federativas (DMUs) é de 2,42 profissionais por 1.000 habitantes. O desvio-padrão foi de 0,000734 profissional por habitante, resultando em um coeficiente de variação de 30%.

O menor coeficiente de variação se deu na quantidade de leitos por habitante, com variação de 17%, o que indica maior homogeneidade na disponibilização deste recurso nas DMUs.

A taxa de mortalidade teve variação de 28% entre as DMUs.

Referente à expectativa de vida, a média após a interpolação foi de 0,444 que corresponde a 74 anos. Este item teve a maior variação entre as DMUs 66%. Ao observar-se os números antes da normalização, a menor expectativa de vida foi de 70 anos e a maior de 79 anos, isto em um mesmo país, que possui um sistema de saúde único.

A análise os dados históricos das DMUs relativos à expectativa de vida evidencia que, segundo o IBGE (2001), este número médio no Brasil no ano 2000 era de 69 anos. Uma expectativa de vida de 70 anos evidencia quase 20 anos de atraso frente ao desenvolvimento neste quesito em comparação ao restante do país, fato que justifica a alta variação de 66% obtida após a normalização.

Ao dividir-se a variável PROF/HAB em seus componentes, verifica-se que a média de médicos por estado é de 1,58 profissional a cada 1.000 mil habitantes, enquanto a taxa de enfermeiros por 1.000 habitantes é de 0,84. Além destes indicadores estarem abaixo do recomendado pelo Ministério da Saúde (2016), que é de 2,7 médicos e 2 enfermeiros a cada 1.000 habitantes, salienta-se o fato deste indicador possuir um alto coeficiente de variação entre as DMUs, demonstrando que este recurso possa estar distribuído de forma desigual entre os núcleos populacionais.

Ademais, dentro das próprias unidades federativas existe alta discrepância na distribuição destes indicadores. Quando se considera somente as capitais, as médias de médicos e enfermeiros a cada 1.000 habitantes são, respectivamente, de 3,17 e 1,48. Isto significa que a média de médicos nas cidades do interior do país é muito menor do que a média nacional.

A considerar-se a unidade federativa como um todo, das 27 DMUs analisadas, nenhuma possui a quantidade mínima de enfermeiros estabelecida pelo Ministério da Saúde (Ministério da saúde, 2016). A recomendação da Organização Mundial de Saúde (OMS) é de que o número necessário de enfermeiros é de dois profissionais a cada 1.000 habitantes (COFEN, 2011).

Quanto à quantidade de médicos, apenas o Distrito Federal (3,01) atendeu ao mínimo de 2,7 profissionais a cada 1.000 habitantes, seguido por Rio de Janeiro (2,52), São Paulo (2,44) e Porto Alegre (2,32).

Ainda em relação aos médicos, as piores situações são dos estados do Maranhão e Amapá, com respectivamente, 0,77 e 0,88 médico a cada 1.000 habitantes. No que concerne aos enfermeiros, os piores indicadores foram o Pará (0,47) e o Alagoas (0,57).

Quando se considera a mediana dos enfermeiros a cada 1.000 habitantes, dos estados do Norte, apenas Acre, Roraima e Tocantins não ficaram abaixo deste indicador. Dos estados do Nordeste, apenas o Paraíba não ficou abaixo. No Sudeste, Minas Gerais foi a mediana e os demais estados ficaram acima deste indicador. Do Centro-oeste, apenas Goiás ficou abaixo e, do Sul, todos os estados ficaram acima.

Em relação à mediana dos médicos a cada 1.000 habitantes, o Paraíba foi a mediana (1,43), Roraima, Pernambuco, Sergipe, Goiás, Mato Grosso do Sul, Paraná, Santa Catarina, Minas Gerais, Espírito Santo, Rio Grande do Sul, São Paulo, Rio de Janeiro e Distrito Federal ficaram acima da mediana.

Desta forma, Pará, Alagoas, Ceará, Maranhão, Amazonas, Rio Grande do Norte, Piauí, Amapá, Rondônia e Bahia ficaram abaixo da mediana em todos os componentes que formaram a variável profissionais da saúde por habitante, relativa aos *inputs* de trabalho. Quanto aos *inputs* de capital, a variável selecionada foi leitos por habitante. Nesta variável a mediana foi de 2,58 (Mato Grosso do Sul). Situaram-se abaixo da mediana as seguintes DMUs: Amapá, Sergipe, Amazonas, Roraima, Pará, Acre, Alagoas, Bahia, Tocantins, Maranhão, Ceará, Minas Gerais e Espírito Santo. Logo, conclui-se que Amapá, Amazonas, Pará, Maranhão, Ceará e Bahia estão abaixo da mediana em todas as variáveis de *input* adotadas no modelo.

Em relação à taxa de mortalidade, a mediana foi de 3,69 (Espírito Santo), estiveram acima deste valor as DMUs Rio de Janeiro, São Paulo, Rio Grande do Sul, Minas Gerais, Paraíba, Pernambuco, Sergipe, Rio Grande do Norte, Ceará, Alagoas, Santa Catarina, Paraná e Mato Grosso. O estado Rio Grande do Norte mais uma vez figurou entre os piores resultados.

A mediana da expectativa de vida foi de 73 anos (Acre, Amapá, Tocantins, Ceará, Paraíba, Pernambuco e Bahia). Estiveram abaixo da mediana Maranhão, Roraima, Amazonas, Rondônia, Piauí, Alagoas, Pará e Sergipe.

Salienta-se que, Pará, Maranhão, Amazonas, Rondônia, Piauí e Alagoas, também estiveram abaixo dos indicadores em todos os *inputs*.

Os dados descritos, foram utilizados para calcular a eficiência através do software SIAD, utilizando-se o método DEA-BCC orientado aos *outputs*, obtendo os dados apresentados na Tabela 3 a seguir.

Tabela 11: Eficiência das DMUs – Padrão e Composta Normalizada.

Fronteira Padrão				Fronteira composta normalizada			
Unidade Federativa	Eficiência	Unidade Federativa	Eficiência	Unidade Federativa	Eficiência	Unidade Federativa	Eficiência
PA	1,000	MS	0,807	PA	1,000	PI	0,639
AP	1,000	TO	0,804	SC	0,948	MT	0,623
MA	1,000	AC	0,793	ES	0,929	BA	0,613
SC	1,000	RS	0,787	AP	0,907	RR	0,593
DF	1,000	GO	0,783	PR	0,813	RO	0,588
ES	0,987	MT	0,723	RN	0,790	CE	0,567
RN	0,948	CE	0,713	SP	0,781	RS	0,540
SP	0,893	BA	0,701	MG	0,755	GO	0,537
PR	0,881	RJ	0,667	MS	0,753	RJ	0,457
MG	0,866	SE	0,612	AC	0,737	SE	0,420
RR	0,864	PE	0,591	MA	0,686	PE	0,405
RO	0,857	PB	0,571	DF	0,686	PB	0,397
PI	0,852	AL	0,545	AM	0,677	AL	0,374
AM	0,825			TO	0,667		

Fonte: próprios autores

Entre as unidades discriminadas como eficientes no modelo padrão, três estão entre as DMUs que apresentaram os piores indicadores do Brasil em praticamente todas as variáveis: Pará, Maranhão e Alagoas. Além destas, Santa Catarina (que possui a maior expectativa de vida ao nascer do Brasil) e Distrito Federal, que além de possuir baixa taxa de mortalidade quando comparada com as demais, possui o segundo melhor indicador de expectativa de vida ao nascer do Brasil.

A presença das unidades Maranhão, Pará e Amapá na fronteira de eficiência explica-se devido a atribuição de pesos nulos às variáveis mais prejudiciais para a eficiência destas DMUs. A análise dos pesos atribuídos demonstra que cada uma destas unidades teve ao menos duas variáveis com peso nulo, de forma a maximizar a sua produtividade e, consequentemente, a eficiência.

Decorre deste fato, a importância da análise da DMU pela fronteira pessimista ou fronteira invertida, que calcula a capacidade da DMU de obter os piores resultados. Este método não elimina tais discrepâncias, mas reduz vertiginosamente sua ocorrência.

A observação dos resultados da eficiência composta normalizada, resultado composto pela eficiência clássica e a eficiência invertida, demonstra que Maranhão e Amapá saíram da primeira para, respectivamente, 11^a e 13^a posições, resultado que pode ser considerado ainda alto quando se compara os indicadores destas unidades com outras que ficaram abaixo na Tabela 3.

No entanto, mesmo considerando-se o efeito dos valores da fronteira invertida, a DMU Pará continuou como a primeira colocada na classificação geral, ainda que possuindo todos os indicadores abaixo do mínimo necessário. A fronteira invertida não elimina todas as possibilidades matemáticas de uma unidade vir a ser eficiente, ainda que na prática, apresente mau desempenho.

Outro fator que chama a atenção é o desempenho destas unidades (PA, MA e AP) no quesito taxa de mortalidade. O Maranhão, seguido pelo Pará, teve o melhor indicador de taxa de mortalidade do Brasil e o Amapá foi o sétimo colocado. De fato, as unidades do Norte obtiveram os melhores índices de taxa de mortalidade.

Este fator converge para um importante fenômeno ocorrido no Brasil relativamente ao sistema de saúde, mas que é de difícil mensuração estatística: a migração de pacientes em busca de tratamento ou mesmo a transferência de casos complexos por parte do estado. Desta forma, como os estados com os piores indicadores, os tem exatamente por não possuir recursos, os pacientes têm de ser necessariamente transferidos para locais onde estes recursos estejam disponíveis. Como estes são exatamente os casos mais complexos, acabam por aumentar a taxa de mortalidade do estado de destino.

Outro fato que dificulta a mensuração desta provável migração reside no medo do paciente de ter o tratamento negado, e acaba fornecendo o endereço da localidade onde estão hospedados (por exemplo, a residência de parentes). A hipótese aventada, para ser comprovada, carece de maiores estudos que quantifiquem e tracem as rotas dessas migrações. Todavia, existem fatores que concorrem para a inferência de que a hipótese seja verdadeira, como a situação da prefeitura de Goiânia, que passou a exigir comprovante de endereço dos pacientes para impedirem tal prática, procedimento encerrado por decisão do Tribunal de Justiça do Estado do Goiás, que deu decisão

favorável ao Ministério Público do Estado que impetrou ação contra o município pelo uso do procedimento (TJE-GO, 2016).

O Distrito Federal, que foi eficiente na fronteira padrão, teve péssimo resultado na fronteira invertida, resultando em uma eficiência composta de 69%, colocando-o na 12ª posição. Este fato se explica pela maior quantidade de *inputs* do DF quando comparado às demais DMUs. Ao inverter-se os *outputs* pelos *inputs*, demonstrou que esta DMU alcançou bons resultados de *outputs* em decorrência de sua maior disponibilidade de insumos e, não necessariamente, por sua maior produtividade, fato que não conseguiu ser computado pela fronteira padrão. Daí a importância da análise da fronteira invertida.

O Rio de Janeiro, em raciocínio semelhante ao aplicado ao Distrito Federal, possui um dos maiores indicadores de recursos, todavia, sem produzir os números do Distrito Federal, especialmente na taxa de mortalidade, que foi a pior do Brasil. Sendo assim, esta DMU foi computada com 66% de eficiência pela fronteira padrão e ainda mais ineficiente na fronteira composta, com 45%. Um dos piores resultados do Brasil.

A análise da Correlação de Spearman entre as variáveis demonstra que existe correlação positiva (0,541 ao nível de 0,01 de significância) entre quantidade de profissionais e taxa de mortalidade. Desta forma, os números demonstram que quanto maior o número de profissionais de saúde existe tendência de maior taxa de mortalidade. A análise destes dados requer cuidado.

Ao analisar-se a taxa de mortalidade, percebe-se que ela é maior nos grandes centros do país, como Rio de Janeiro (6,61), São Paulo (4,99), Rio Grande do Sul (4,73) e Minas Gerais (4,63). Este fato torna provável a hipótese de que a mortalidade esteja fortemente conectada a variáveis exógenas e não somente endógenas, ou seja, depende menos da qualidade do tratamento e mais do estado como este paciente entra no sistema. Sendo verificada esta hipótese, é razoável de se supor que variáveis ambientais ou exógenas, como poluição do ar, saneamento básico e violência urbana, tenham forte impacto na taxa de mortalidade das unidades federativas.

Portanto, outros fatores também precisam ser investigados com mais profundidade, na análise da eficiência de sistemas de saúde, como hábitos alimentares, poluição do ar, saneamento básico, violência urbana, população rural, etc., no intuito de verificar se estas variáveis interferem na eficiência das DMU's (há ainda a hipótese aventada de migração de pacientes para estas regiões, que podem em certa medida influenciar seus indicadores).

Desta forma, pode-se também supor que regiões com menor grau de industrialização e maior população rural, caso somado a isto, possuam um estilo de vida mais saudável, poderiam estar sendo favorecidas por estes fatores no cálculo das eficiências, o que explicaria em parte os resultados obtidos pelas DMUs do Norte.

Outra variável ambiental importante, mas de difícil mensuração, é o índice de corrupção praticado nos estados. O desvio de dinheiro público está relacionado à falta de recursos humanos e físicos, além dos recursos de gestão, que são necessários para o bom desempenho do sistema.

Vale a pena ressaltar que o Rio de Janeiro, que obteve uma das piores eficiências do Brasil, teve no ano de 2017 dois dos seus últimos três governadores presos preventivamente por envolvimento em casos de corrupção (MPF, 2017), o que indica que a gestão estadual, especialmente o sistema de saúde, pode estar sofrendo as consequências de uma administração inadequada.

Na Tabela 4 a seguir são demonstrados os alvos de cada unidade, ou seja, as metas que cada uma terá que atingir para tornar-se eficiente, assim como as folgas que representam a diferença entre o alvo da variável e sua projeção radial na fronteira de eficiência. Quando a folga de uma variável é diferente de zero, significa que ela foi projetada em uma região da fronteira que não é uma região Pareto eficiente, ou seja, pode-se reduzir *outputs* mantendo-se os *inputs* constantes (ou vice-versa) e mesmo assim permanecer eficiente. Neste caso, a grosso modo, esta unidade não seria tão eficiente quanto as outras.

Tabela 12: alvos e folgas.

Unidades Federativas	1/Taxa de Mortalidade				Expectativa de Vida			
	Atual	Radial	Folga	Alvo	Atual	Radial	Folga	Alvo
Rondônia	0,415	0,484	0,000	0,484	0,111	0,130	0,000	0,130
Acre	0,327	0,412	0,000	0,412	0,333	0,420	0,000	0,420
Amazonas	0,356	0,431	0,000	0,431	0,111	0,135	0,128	0,262
Roraima	0,403	0,467	0,000	0,467	0,111	0,129	0,102	0,231
Pará	0,476	0,476	0,000	0,476	0,222	0,222	0,000	0,222
Amapá	0,351	0,351	0,000	0,351	0,333	0,333	0,000	0,333
Tocantins	0,342	0,425	0,000	0,425	0,333	0,414	0,000	0,414
Maranhão	0,495	0,495	0,000	0,495	0,000	0,000	0,000	0,000
Piauí	0,415	0,484	0,000	0,484	0,111	0,130	0,000	0,130
Ceará	0,253	0,355	0,053	0,408	0,333	0,467	0,000	0,467

Rio Grande do Norte	0,245	0,258	0,117	0,375	0,556	0,585	0,000	0,585
Paraíba	0,221	0,386	0,000	0,386	0,333	0,583	0,000	0,583
Pernambuco	0,230	0,389	0,000	0,389	0,333	0,564	0,000	0,564
Alagoas	0,260	0,478	0,000	0,478	0,111	0,204	0,000	0,204
Sergipe	0,242	0,394	0,000	0,394	0,222	0,363	0,000	0,363
Bahia	0,284	0,405	0,000	0,405	0,333	0,475	0,000	0,475
Minas Gerais	0,216	0,249	0,025	0,274	0,778	0,898	0,000	0,898
Espírito Santo	0,271	0,274	0,000	0,274	0,889	0,900	0,000	0,900
Rio de Janeiro	0,151	0,227	0,033	0,260	0,667	1,000	0,000	1,000
São Paulo	0,200	0,224	0,037	0,261	0,889	0,994	0,000	0,994
Paraná	0,262	0,297	0,000	0,297	0,778	0,883	0,000	0,883
Santa Catarina	0,260	0,260	0,000	0,260	1,000	1,000	0,000	1,000
Rio Grande do Sul	0,211	0,269	0,000	0,269	0,778	0,988	0,000	0,988
0 Mato Grosso do Sul	0,288	0,357	0,000	0,357	0,556	0,688	0,000	0,688
Mato Grosso	0,269	0,372	0,000	0,372	0,444	0,615	0,000	0,615
Goiás	0,304	0,388	0,000	0,388	0,444	0,567	0,000	0,567
Distrito Federal	0,336	0,336	0,000	0,336	0,889	0,889	0,000	0,889

Fonte: autores

A Tabela 5 a seguir traz os pesos que foram atribuídos para cada variável para o cálculo das eficiências.

Tabela 13: pesos das variáveis do modelo DEA.

DMU	PROF/HAB	LEIT/HAB	1/TM	EXPEC
RO	0,000	0,000	2,356	0,200
AC	0,000	219,041	2,289	0,756
AM	0,000	380,189	2,810	0,000
RR	0,000	335,540	2,480	0,000
PA	0,000	0,000	2,020	0,171
AP	0,000	1476,046	0,000	3,000
TO	0,000	191,751	2,218	0,721
MA	0,000	0,000	2,020	0,000
PI	0,000	0,000	2,356	0,200

CE	1495,250	0,000	0,000	3,000
RN	897,150	0,000	0,000	1,800
PB	77,293	0,000	3,028	0,995
PE	75,213	0,000	2,946	0,968
AL	0,000	0,000	3,706	0,315
SE	0,000	303,854	3,175	1,048
BA	0,000	242,774	2,537	0,838
MG	0,000	632,591	0,000	1,286
ES	0,000	169,514	1,772	0,585
RJ	0,000	0,000	0,000	1,500
SP	0,000	553,517	0,000	1,125
PR	49,343	0,000	1,933	0,635
SC	0,000	0,000	0,000	1,000
RS	0,000	0,000	1,356	0,917
MS	0,000	184,406	2,133	0,694
MT	61,535	0,000	2,410	0,792
GO	56,731	0,000	2,222	0,730
DF	0,000	138,418	1,601	0,521

Fonte: próprios autores

Observa-se por meio da tabela acima a grande atribuição de pesos nulos às variáveis de entrada e saída. Isto significa que estas variáveis foram desconsideradas no cálculo da eficiência para que a DMU obtivesse a eficiência máxima possível. Tal fato demonstra a subutilização dos recursos e baixa produção de outros.

Problemas de pesos nulos podem ser contornados mediante emprego de restrições aos pesos, avaliações cruzadas, ou considerando ainda avaliações pela fronteira invertida (Gomes, Mangabeira e Meza, 2005).

5. CONCLUSÃO

A Análise Envoltória de Dados mostrou-se ser uma ferramenta poderosa para cálculo de eficiências organizacionais, em função de calcular tais eficiências de forma comparativa com as demais organizações que utilizam os mesmos recursos e produzem os mesmos produtos, diferindo apenas nas quantidades utilizadas e produzidas.

Existem dificuldades relacionadas ao cálculo da eficiência de sistemas de saúde pertinentes aos dados disponíveis no DATASUS, uma vez que não existe uma forma viável economicamente de verificar a confiabilidade dos dados.

Com exceção do Rio de Janeiro – que apresentou uma das piores eficiências do país –, os estados da região Sudeste apresentaram eficiências acima de 75%, demonstrando maior equilíbrio entre insumos e saídas. Para os estados do Norte que demonstraram eficiências acima da média nacional estipulou-se as hipóteses de transferências de casos complexos e influência de fatores ambientais. No caso particular do Distrito Federal, embora apresente bons resultados de Expectativa de Vida e Taxa de Mortalidade, possui insumos muito acima da média dos demais estados, obtendo, portanto, eficiência intermediária de 68%.

O estudo demonstrou que para uma melhor discriminação das unidades, torna-se interessante acrescentar restrições aos pesos das DMU's, evitando assim, o excesso de variáveis que receberam pesos nulos no cálculo das eficiências.

Outra dificuldade relacionada ao cálculo da eficiência de sistemas de saúde municipais, reside no fato de não haver dados quantitativos sobre a migração de pacientes de um estado para outro em busca de melhores tratamentos de saúde.

Por este estudo, levanta-se também a hipótese de que, além da migração de pacientes, fatores ambientais ou exógenos podem estar impactando as pontuações de eficiências.

Sugere-se para estudos futuros a replicação deste trabalho utilizando-se restrições aos pesos e analisando a influência dos fatores ambientais no sistema.

CAPÍTULO VII

Considerações Finais

REFERÊNCIAS

Referencias dos Capítulos de I a III

Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.

Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.

Farrell, M., & PEARSON, E. (1957). SERIES A (GENERAL). *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253-229.

Førsund, F. R., & Sarafoglou, N. (2002). On the origins of data envelopment analysis.

MEZA, Lidia Angulo; GOMES, Eliane Gonçalves; NETO, Luiz Biondi. Curso de análise de envoltória de dados. XXXVII Simpósio brasileiro de pesquisa operacional, p. 20520-2547, 2005.

Referencias do Capítulo IV

- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.
- Caldas, W. (1986). O futebol no país do futebol. *Lua Nova: Revista de Cultura e Política*, 3(2), 24-30.
- Capelo, R. (2017). R\$ 5 bilhões em faturamento – por que o futebol brasileiro arrecadou tanto em 2016. *Época*. Recuperado em: 17 de abril, 2018, de <https://epoca.globo.com/esporte/epoca-esporte-clubes/noticia/2017/05/r-5-bilhoes-em-faturamento-por-que-o-futebol-brasileiro-arrecadou-tanto-em-2016.html>.
- CBF – Confederação Brasileira de Futebol – Série A (2018, dezembro). Tabela. Recuperado em: 20 de abril, 2018, de <https://www.cbf.com.br/competicoes/brasileiro-serie-a/classificacao/2017#.WvBoXogvzIU>.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1979). Measuring the efficiency of decision-making units. *European journal of operational research*, 3(4), 339-338.
- Cvansnick, J. (1995). Uma nova abordagem ao problema de construção de uma função de valor cardinal: MACBETH. *Investigação operacional*, 15, 15-35.
- Esporte UOL. (2008, março). Fifa aceita padronizar tamanho dos campos de futebol. Recuperado em: 17 de abril, 2018, de <https://esporte.uol.com.br/futebol/ultimas/2008/03/14/ult59u149669.jhtm>.
- Farrell, M., & PEARSON, E. (1957). SERIES A (GENERAL). *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253-229.
- Gasparetto, T. M. (2013). O Futebol como negócio: uma comparação financeira com outros segmentos. *Revista Brasileira de Ciências do Esporte*, 35(4).
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*: 6. ed. Editora Atlas SA.
- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Agência de notícias. (2017, agosto). O Futebol é paixão nacional. Recuperado em: 20 de abril, 2017, de https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/99824c28d40d5c38987a16ba9dacc487.pdf.
- IBOPE. Notícias. (2017, setembro). Recuperado em: 15 de abril, 2018, de <https://www.kantaribopemedia.com/conteudo/noticia>.

LANCE/IBOPE. (2017, maio). Última pesquisa LANCE/Ibope mostrou Flamengo na frente, mas vantagem menor para o Timão. Recuperado em: 16 de abril, 201, de <http://www.lance.com.br/futebol-nacional/flamengo-segue-com-maior-torcida-mas-vantagem-para-timao-cai.html>.

Levine, R. M. (1980). Sport and society: the case of Brazilian futebol. *Luso-Brazilian Review*, 17(2), 233-252.

Marçal, G. (2017, julho). Série A: times com mais posse de bola têm aproveitamento de 33%. *Globo Esporte*. Recuperado em: 01 de maio, 2018, de <https://globoesporte.globo.com/futebol/brasileirao-serie-a/noticia/serie-a-times-com-mais-posse-de-bola-tem-aproveitamento-de-33-veja-rankings.ghtml>.

Secretaria de Educação do Estado do Paraná. Educação Física. (2017). Qual é a origem do Futebol? Recuperado em: 15 de abril, 2018, de <http://www.educacaofisica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=345>.

Silva, E. L. d., & Menezes, E. M. (2001). Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.

T. BABA. (2015). ABC das Expressões Populares. Recuperado em: 17 de abril, 2018, de <https://www.recantodasletras.com.br/juvenil/5093934>.

Referencias do Capítulo V

- ABSP – Anuário Brasileiro de Segurança Pública. Fórum Brasileiro de Segurança Pública, (2014). São Paulo: Fórum Brasileiro de Segurança Pública, ano, 2. Recuperado em: 22 de novembro, 2018, de http://www.forumseguranca.org.br/storage/8_anuario_2014_20150309.pdf.
- Albuquerque, A. S., & Tróccoli, B. T. (2004). Desenvolvimento de uma escala de bem-estar subjetivo. *Psicologia: teoria e pesquisa*, 20(2), 153-164.
- Almeida Filho, N. D. (2000). O conceito de saúde: ponto-cego da epidemiologia? *Revista Brasileira de Epidemiologia*, 3, 4-20.
- Azevedo, M., R., D., (2018). Conceito de Saúde. In *Adolescência E Saúde 4 - Construindo saberes, unindo forças, consolidando direitos*. (pp. 21-24). São Paulo, RS: Instituto de Saúde.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.
- Belloni, J. Â. (2000). Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras.
- BLOMBERG (2018). Most Efficient Health Care Around the World. Recuperado em, 06 e novembro, 2018, de, <https://www.bloomberg.com/graphics/infographics/most-efficient-health-care-around-the-world.html>.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Constituição Federal do Brasil. (1988). Constituição federal. São Paulo: Revista dos Tribunais.
- Gil, A. C (2008). Como elaborar projetos de pesquisa. (4ª ed). São Paulo: Atlas.
- Guimarães, J. R. S., & de Martino Jannuzzi, P. (2005). IDH, indicadores sintéticos e suas aplicações em políticas públicas: uma análise crítica. *Revista Brasileira de Estudos Urbanos e Regionais*, 7(1), 73.
- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Agência IBGE de notícias (2017a, julho). Expectativa de vida do brasileiro sobe para 75,8 anos. Recuperado em: 05 de janeiro, 2017, de <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/18469-expectativa-de-vida-do-brasileiro-sobe-para-75-8-anos>.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2010). Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua - PNAD Contínua. Recuperado em 25 de novembro, 2018, de <https://censo2010.ibge.gov.br/noticias-censo.html?busca=1&id=3&idnoticia=1766&t=censo-2010-populacao-brasil-190-732-694-pessoas&view=noticia>.

IBGE– Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, (2017b). Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua - PNAD Contínua. Recuperado em 25 de novembro, 2018, de <https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/trabalho/17270-pnad-continua.html?=&t=o-que-e>.

IDHMB – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Brasileiro (2013). O Índice de Desenvolvimento Humano Municipal Brasileiro. Recuperado em 20 de novembro, 2018, de http://ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/130729_AtlasPNUD_2013.pdf.

IPEA – Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas, (2017). Atlas da Violência 2017 - Política Nacional de Segurança Pública Orientada para a Efetividade e o Papel da Secretaria Nacional de Segurança Pública. Recuperado em: 17 de novembro, 2018, em http://www.ipea.gov.br/portal/images/20170712_atlas-violencia2.pdf.

Kayano, J., & de Lima Caldas, E. (2001). Indicadores para o diálogo. Instituto Pólis.

Lourenço, G. M., & Romero, M. (2002). Indicadores econômicos. FAE BUSINESS SCHOOL. Economia empresarial. Curitiba: Associação Franciscana de Ensino Senhor Bom Jesus, 27-41.

Mariano, E. B. (2008). Sistematização e comparação de técnicas, modelos e perspectivas não-paramétricas de análise de eficiência produtiva (Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo).

Martino Jannuzzi, P. (2002). Considerações sobre o uso, mau uso e abuso dos indicadores sociais na formulação e avaliação de políticas públicas municipais. Revista de Administração Pública, 36(1), 51-72.

MPF – Ministério Público Federal (2018). Caso Lava Jato. Recuperado em 28 de novembro, 2018, de <http://www.mpf.mp.br/para-o-cidadao/caso-lava-jato>.

OMS – Organização Mundial de Saúde, (1979). WHO Regional publications, European series, 7; Copenhagen. 456 p.

PISA. PISA (2015). Results in Focus. Recuperado em, 07 de novembro, 2018, de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>.

Scliar, M. (2007). História do conceito de saúde. *Physis: Revista de saúde coletiva*, 17, 29-41.

SEGRE, Marcos., (1997). O conceito de saúde. *Rev. Saúde Pública*, 31 (5): 538-42.

Silva, E. L. d., & Menezes, E. M. (2001). Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.

Referencias do Capítulo VI

- Barbosa, F. C. Fuchigami, H. Y. (2018). A Modelagem DEA na Mensuração de Eficiência de Sistemas de Saúde: Teoria e Aplicações. *Revista Holos* (submetido).
- Belloni, J. Â. (2000). Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.
- Benício, J., & de Mello, J. C. C. S. (2014). Retornos de escala em DEA: críticas ao BCC e novo modelo. *Temiminós Revista Científica*, 4(2), 42-61.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Clemente, F., Gomes, M. F. M., & Lírio, V. S. (2015). Análise da eficiência técnica de propriedades citrícolas do estado de São Paulo. *Economia Aplicada*, 19(1), 63-79.
- Cooper, W. (2007). Seiford. LM and Tone, K.(2000) *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*: Boston: Kluwer Academic Publishers.
- De Enfermagem, C. F. (2011). Comissão de business intelligence. Análise de dados dos profissionais de enfermagem existentes nos Conselhos Regionais. Brasília.
- Farrell, M., & PEARSON, E. (1957). SERIES A (GENERAL). *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253-229.
- Førsund, F. R., & Sarafoglou, N. (2002). On the origins of data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 17(1-2), 23-40.
- Geissler, B., Mew, M. C., Weber, O., & Steiner, G. (2015). Efficiency performance of the world's leading corporations in phosphate rock mining. *Resources, Conservation and Recycling*, 105, 246-258.
- Gil, A. C. (2008). Métodos e técnicas de pesquisa social: 6. ed. Editora Atlas SA.
- Gomes, E. G., Mangabeira, J. A. d. C., & Mello, J. C. C. B. S. (2005). Análise de envoltória de dados para avaliação de eficiência e caracterização de tipologias em agricultura: um estudo de caso. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, 43(4), 607-631.
- GUERREIRO, A. d. S., PIZZOLATO, N. D., & GUEDES, L. E. M. (2006). Análise da eficiência de empresas de comércio eletrônico usando técnicas da análise envoltória de dados. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Agência IBGE de notícias (2017, agosto). IBGE divulga as estimativas populacionais dos municípios para 2017.

Recuperado em: 05 de janeiro, 2017, de <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2013-agencia-de-noticias/releases/16131-ibge-divulga-as-estimativas-populacionais-dos-municipios-para-2017.html>.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Diretoria de pesquisas (2001). A evolução da esperança de vida no Brasil na última década do século XX: os ganhos e os diferenciais por sexo. Recuperado em 10 de novembro, 2018, de https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/tabuadevida/evolucao_da_mortalidade.shtm.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Diretoria de pesquisas (2018, julho). Estimativas de população. Recuperado em: 10 de novembro, 2018, de <https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/populacao/9103-estimativas-de-populacao.html>.

Mariano, E. B. (2008). Sistematização e comparação de técnicas, modelos e perspectivas não-paramétricas de análise de eficiência produtiva (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo).

Marinho, A. (2003). Avaliação da eficiência técnica nos serviços de saúde nos municípios do Estado do Rio de Janeiro. *Revista brasileira de economia*, 57(3), 515-534.

Meza, L. A., Gomes, E. G., & Neto, L. B. (2005). Curso de análise de envoltória de dados. XXXVII Simpósio brasileiro de pesquisa operacional, 20520-22547.

Ministério da Saúde. Palácio do Planalto (2017). Pacto nacional pela saúde: Mais hospitais e unidades de saúde, mais médicos, mais formação. Recuperado em: 15 de maio, 2018, de http://bvsmms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/pacto_nacional_saude_mais_medicos.pdf

Ramanathan, R. (2003). *An introduction to data envelopment analysis: a tool for performance measurement*: Sage.

OMS, (1979). WHO Regional publications, European series, 7; Copenhagen. 456 p.

OMS, (2006). Relatório Mundial da Saúde 2006: Trabalhando juntos pela saúde: Organização Mundial da Saúde, Genebra.

Senra, L. F. A. D. C., Nanci, L. C., Mello, J. C. C. B. S., & Meza, L. A. (2007). Estudo sobre métodos de seleção de variáveis em DEA. *Pesquisa Operacional*, 27(2), 191-207.

Silva, E. L. d., & Menezes, E. M. (2001). Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.

TAVARES, R. S., & MEZA, L. A. (2017). Uso da análise envoltória de dados para a avaliação da eficiência em cursos de graduação: Um estudo de caso em uma Instituição de Ensino Superior brasileira. *Revista Espacios*, 38(20).

TJE-GO – Tribunal de Justiça estadual (2016). 2ª Vara da Fazenda Pública Municipal e de Registros Públicos. Processo: 200901558600. Requerente: Ministério Público. Requerido: Município de Goiânia. Data da expedição: 29 de março de 2016, Goiânia – GO. Recuperado em: 23 de julho, 2018, de <http://www.tjgo.jus.br/images/docs/ccs/saudemunicipio.pdf>.